www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

16e JAARGANG No. 11, blz. 325-352 NOVEMBER 1954

Philips Technisch Tijdschrift

BEHANDELENDE TECHNISCHE VRAAGSTUKKEN
SAMENHANGENDE MET DE PRODUCTEN, WERKWIJZEN EN ONDERZOEKINGEN
VAN DE N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

REDACTIE: NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN, EINDHOVEN

HET METEN VAN REFLECTIES EN IMPEDANTIES MET BEHULP VAN EEN LANGE LEIDING

door J. C. van den HOOGENBAND en J. STOLK.

621.317.332.6

In de techniek van de metergolven (en nog kortere) komt het herhaaldelijk voor dat aanpassing tot stand moet worden gebracht tussen bijv. een antenne en een transmissieleiding, of een transmissieleiding en een ontvanger. Met de hieronder beschreven methode is op een oscillograaf direct te zien of aanpassing al dan niet voorhanden is. Bovendien is uit de oscillogrammen zeer gemakkelijk de reflectiefactor af te leiden, en daaruit de waarde van de impedantie waarmee de leiding is afgesloten. Uit deze waarde volgt, welke maatregelen eventueel nodig zijn om de aanpassing tot stand te brengen.

Er zijn reeds vele methodes bekend voor het meten van impedanties bij zeer hoge frequenties, één zelfs in verscheidene uitvoeringsvormen, namelijk die waarbij de onbekende impedantie wordt opgenomen in een brugschakeling. Bij frequenties hoger dan circa 300 MHz (decimetergolven) echter ontstaan moeilijkheden, doordat de golflengte dan niet meer groot is ten opzichte van de afmetingen van het meetobject en van die der leidingen tussen meetobject en meetapparatuur. Het effect hiervan kan men teweeggebracht denken door parasitaire zelfinducties en capaciteiten; men kan het meetresultaat wel corrigeren, doch een grote nauwkeurigheid is daarbij niet te bereiken.

Volgens een ander principe bepaalt men de waarde van een impedantie uit de verstemmende en dempende werking die de impedantie uitoefent bij parallelschakeling met een trillingskring; voor decimetergolven heeft deze kring de vorm van een lechersysteem [1]). Nauwkeurig is deze methode alleen wanneer de te meten impedantie hetzij veel kleiner, hetzij veel groter is dan de golfweerstand van het lechersysteem.

Een fraaie aanvulling op deze methode vormt een andere, die nauwkeurige resultaten geeft wanneer de te meten impedantie van dezelfde orde van grootte is als de golfweerstand ζ (ca. 0,1 ζ tot 10 ζ). Bij deze methode is het lechersysteem niet afgestemd. Men bepaalt de spanningsverdeling erlangs met behulp van een verplaatsbare detector (staandegolfindicator). Uit de verhouding van de spanningsmaxima en -minima (de staandegolfverhouding) en uit de plaats der minima kan men de zg. reflectiefactor bepalen (een grootheid waarop we aanstonds terugkomen), en uit deze laatste kan de waarde van de gezochte impedantie volledig worden afgeleid [2]) [3]). In vele gevallen is de reflectiefactor zelf het doel van de meting: hij geeft aan in hoeverre het lechersysteem met zijn golfweerstand is afgesloten, dwz. in hoeverre aanpassing is bereikt.

In de techniek der zeer hoge frequenties zijn vele meetobjecten bij voorbaat al bestemd voor aansluiting op een transmissieleiding [4]). Geeft men de meetleiding dezelfde golfweerstand als deze transmissieleiding, dan meet men in feite het gedrag van de combinatie van leiding en impedantie, d.i. juist waar het in de practijk om te doen is.

Het meten met de staandegolfindicator levert nauwkeurige resultaten, maar de apparatuur vereist een zeer zorgvuldige mechanische afwerking.

[1]) J. M. van Hofweegen, Het meten van impedanties, speciaal bij decimetergolven, Philips techn. T. **8**, 16-24, 1946.

[2]) J. M. van Hofweegen, Impedantiemetingen met een niet-afgestemd lechersysteem, Philips techn. T. **8**, 280-288, 1946.

[3]) H. J. Lindenhovius, Het meten van impedanties bij hoge frequenties en toepassingen van de staandegolfindicator, T. Ned. Radiog. **12**, 65-82, 1947.

[4]) Zie bijv. A. E. Pannenborg, Een meetopstelling voor golfpijpsystemen, Philips techn. T. **12**, 15-25, 1950.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De hieronder beschreven methode is misschien iets minder nauwkeurig, maar zowel wat de apparatuur als wat het uitvoeren van de meting betreft, veel eenvoudiger. Ze komt in zoverre met die van het artikel [2]) overeen dat ook nu de gezochte impedantie wordt afgeleid uit de reflectiefactor. Een groot voordeel ervan is echter dat de reflectiefactor gemakkelijk uit oscillogrammen te bepalen is; aan het oscillogram is direct al te zien of er aanpassing is of niet. Daarom is de methode vooral geschikt wanneer men over een breed frequentiegebied snel de aanpassing tussen een transmissieleiding en bijv. een signaalgenerator, een antenne, enz., wil instellen of controleren.

Het door ons gebruikte principe ter bepaling van de absolute waarde van de reflectiefactor werd reeds beschreven door Bauer [5]). De mogelijkheid om uit de reflectiefactor de onbekende impedantie volledig te bepalen, werd daarbij echter niet vermeld. Het onderstaande beoogt, de methode van Bauer verder uit te werken, de resultaten in mathematische vorm te brengen en enige toepassingen te beschrijven.

Golven en reflecties op een lechersysteem

Bij gebruik van de complexe rekenwijze kan men de spanning en de stroom op een willekeurige plaats y van een lechersysteem (*fig. 1*) voorstellen door $V(y)e^{j\omega t}$ resp. $I(y)e^{j\omega t}$. Hierin is ω de hoekfrequentie en zijn $V(y)$ en $I(y)$ complexe grootheden, die niet van de tijd t, doch slechts van de plaats y afhangen.

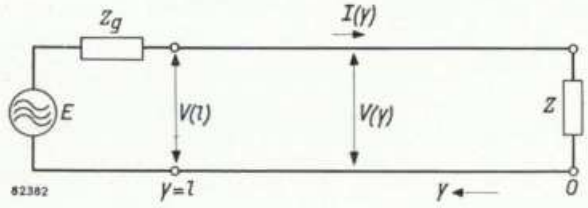


Fig. 1. Lechersysteem, gevoed door een generator met e.m.k. E en inwendige impedantie Z_g, en afgesloten met een impedantie Z.

Voor $V(y)$ en $I(y)$ bestaan de volgende betrekkingen:

$$V(y) = A\,e^{\gamma y} + B\,e^{-\gamma y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

en

$$I(y) = \frac{A}{\zeta}\,e^{\gamma y} - \frac{B}{\zeta}\,e^{-\gamma y} . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

A en B zijn complexe, van t en y onafhankelijke, constanten; hun waarde hangt samen met randvoorwaarden, zoals de wijze waarop het systeem wordt gevoed en de wijze waarop het is afgesloten. De grootheid γ is de voortplantingsconstante, de grootheid ζ is de golfimpedantie of karakteristieke impedantie van het lechersysteem.

In het algemeen zijn γ en ζ complex; voor γ schrijft men dan:

$$\gamma = \alpha + j\beta, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

waarin α de dempingsconstante is (uitgedrukt in nepers per meter) en β de fazeconstante (in radialen per meter). Is v de voortplantingssnelheid van de golven op het lechersysteem en f de frequentie, dan geldt:

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Is het lechersysteem verliesvrij, dan is $\gamma = j\beta$. Ook ζ is dan een zuiver reële grootheid (golfweerstand); in het volgende nemen we aan, tenzij het tegendeel is vermeld, dat het systeem verliesvrij is (demping = 0).

Ter plaatse van de onbekende afsluitimpedantie Z, bij $y = 0$, geldt volgens (1) en (2):

$$V(0) = A + B \quad \text{en} \quad I(0) = \frac{A-B}{\zeta}.$$

Ook is:

$$Z = \frac{V(0)}{I(0)}, \quad \text{dus} \quad Z = \frac{A+B}{A-B}\,\zeta,$$

of

$$B = A\,\frac{Z-\zeta}{Z+\zeta} = Ar,$$

waarin

$$r = \frac{Z-\zeta}{Z+\zeta} = |r|\,e^{j\varphi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

een complexe grootheid is.

Substitutie van $B = Ar$ in (1) en (2) levert:

$$V(y) = A(e^{\gamma y} + r\,e^{-\gamma y}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6a)$$

en

$$I(y) = \frac{A}{\zeta}(e^{\gamma y} - r\,e^{-\gamma y}) . \quad . \quad . \quad (6b)$$

Uit deze vergelijkingen blijkt dat men de spanning langs de leiding kan opvatten als de superpositie van een heengaande golf $A\,e^{\gamma y}$ en een terugkerende golf $A\,r\,e^{-\gamma y}$; deze laatste kan men ontstaan denken door gedeeltelijke reflectie van de heengaande golf aan de impedantie Z. Een maat voor deze reflectie is de grootheid r, die daarom reflectiefactor heet. r hangt blijkens (5) alleen af van de verhouding van de afsluitimpedantie Z tot de golfimpedantie ζ. Maakt men $Z = \zeta$, dan is $r = 0$; er treedt dan alleen

[5]) J. A. Bauer, Special applications of ultra-high frequency wide-band sweep generators, R. C. A. Rev. **8**, 564-575, 1947.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

een heengaande golf op („lopende golf"). Kiest men $Z = 0$ (einde kortgesloten) of $Z = \infty$ (einde open), dan is $r = -1$, resp. $+1$; in deze beide gevallen is de terugkerende golf even sterk als de heengaande en spreekt men van totale reflectie. Er treedt dan een „staande golf" op.

Redenen waarom reflecties ongewenst zijn

Indien voldaan is aan de voorwaarde dat de impedantie Z_g van de generator (fig. 1) gelijk is aan ζ, bedraagt het vermogen dat de heengaande lopende golf transporteert, $(\frac{1}{2}E)^2/\zeta$, onafhankelijk van de waarde van de afsluitimpedantie Z. Deze golf stelt dus aan Z beschikbaar een vermogen $P_1 = (\frac{1}{2}E)^2/\zeta$, en de gereflecteerde golf voert af een vermogen $P_2 = (\frac{1}{2}|r|E)^2/\zeta$. De verhouding

$$\eta = \frac{P_1 - P_2}{P_1} = 1 - |r|^2$$

is dus het rendement van de energie-overbrenging.

De wortel uit η is gelijk aan de verhouding van de spanning over het resistieve deel (R) van de afsluitimpedantie Z, tot de spanning die over dezelfde weerstand R zou worden verkregen bij aanpassing, dwz. wanneer alle energie in R zou terechtkomen. $\sqrt{\eta}$ zou men het „rendement" van de spanningsoverdracht kunnen noemen. Uit *fig. 2*, die een beeld geeft van η en $\sqrt{\eta}$ als functie van $|r|$, ziet men dat het in het algemeen wenselijk is reflecties te beperken, dus zorg te dragen voor een zo goed mogelijke aanpassing.

Er zijn vaak nog stringentere redenen om de reflecties zo klein mogelijk te houden. Bij een televisieontvanger bijv. is het nodig de antennekabel, die het toestel met de antenne verbindt, aan te passen èn bij de antenne èn bij de ontvanger; anders krijgt de ontvanger niet alleen de nuttige „hoofdgolf" toegevoerd, maar ook gereflecteerde golven. Deze laatste maken dat abrupte zwart-witovergangen in het beeld vervormd worden.

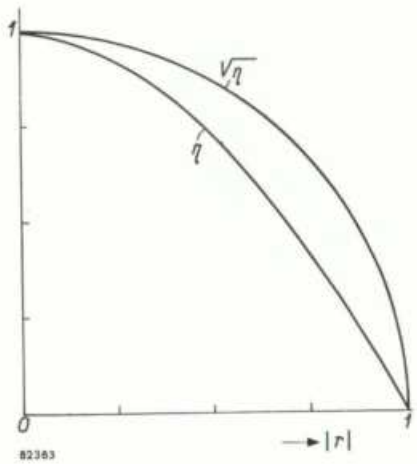


Fig. 2. Rendement η van de energie-overbrenging en „spanningsrendement" $\sqrt{\eta}$ van een lechersysteem, als functie van de modulus $|r|$ van de reflectiefactor. η en $\sqrt{\eta}$ kunnen alleen groot zijn indien $|r|$ klein is.

Het diagram van Smith

De betrekking (5) wordt aanzienlijk verduidelijkt door het diagram van Smith [6]) (*fig. 3*). Hierin is r uitgezet in het complexe vlak, Stelt men $Z = R + jX$, dus $Z/\zeta = R/\zeta + jX/\zeta$, dan kan men met behulp van (5) nagaan welke meetkundige plaats r doorloopt wanneer X/ζ verandert en R/ζ constant is.

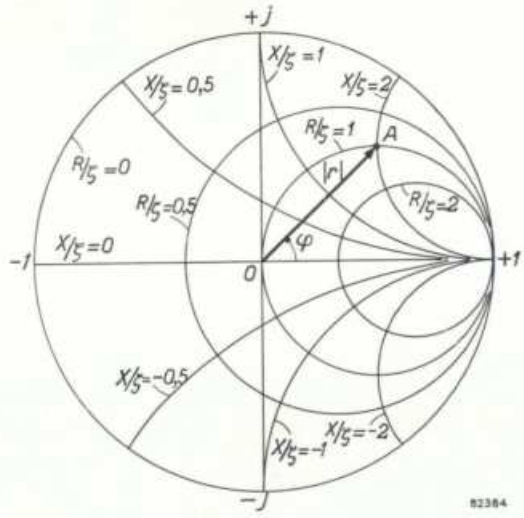


Fig. 3. Het diagram van Smith bestaat uit twee bundels elkaar loodrecht snijdende cirkels, de ene voor R/ζ constant, de andere voor X/ζ constant. A is het snijpunt van de cirkels die behoren bij $R/\zeta = 1$ en $X/\zeta = 2$ (als R de weerstand en X de reactantie van de afsluitimpedantie Z in fig. 1 zijn). De vector OA is de reflectiefactor r, met modulus $|r|$ en argument φ.

Men vindt dan bij elke waarde van R/ζ een cirkel die zijn middelpunt op de reële as heeft en door het punt $+1$ gaat. Houdt men X/ζ constant en varieert men R/ζ, dan ontstaat een stel cirkels die de eerstgenoemde loodrecht snijden.

Bij een gegeven waarde van ζ kan men nu voor iedere impedantie $Z = R + jX$ het punt vinden waar de cirkel voor R/ζ en de cirkel voor X/ζ elkaar snijden. Dit punt bepaalt de modulus $|r|$ en het argument φ van de reflectiefactor r. Aangezien $|r| \leqq 1$, ligt het gehele diagram binnen een cirkel met straal 1. Dank zij het gebruik van de dimensieloze parameters R/ζ en X/ζ kan men met het diagram werken bij iedere waarde van de golfweerstand ζ; alleen wordt bij zeer kleine en zeer grote waarden van de parameters de aflezing onnauwkeurig.

[6]) P. H. Smith, An improved transmission-line calculator, Electronics **17**, 130-133 en 318-325, Jan. 1944. Hetzelfde diagram is, onafhankelijk van Smith, tijdens de oorlogsjaren uitgewerkt door J. M. van Hofweegen, die het heeft behandeld in zijn artikel [2]), blz. 286-287.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Vele resultaten uit de theorie van de transmissieleidingen kan men met behulp van het diagram van Smith illustreren. Zo vindt men op de volgende wijze het antwoord op de vraag naar de ingangsimpedantie van een leiding die met een willekeurige impedantie $Z = R + jX$ is afgesloten (*fig. 4a*).

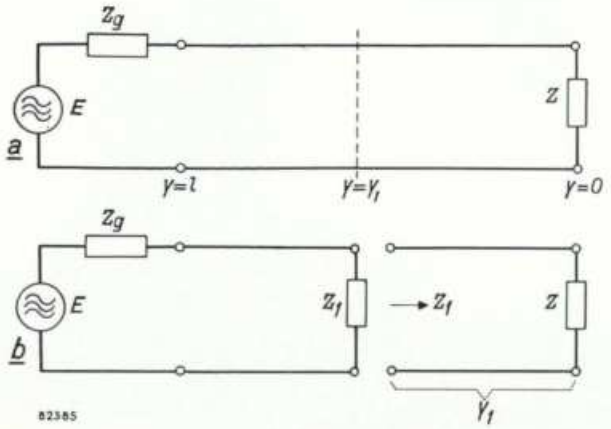


Fig. 4. *a*) Lechersysteem als in fig. 1. *b*) Een stuk ter lengte y_1 is afgesneden en vervangen door de equivalente impedantie Z_1.

Indien men de leiding op een willekeurige plaats $y = y_1$ doorsnijdt en daar ter plaatse afsluit met een impedantie gelijk aan de ingangsimpedantie Z_1 van het afgesneden stuk (fig. 4*b*), verandert er niets aan de heen- en de teruggaande golf op het overgebleven stuk. De spanningsgolven ter plaatse $y = y_1$ hebben na deze verandering dus dezelfde amplitude als ervóór, en wel, volgens (6a), de amplitude $A\,e^{\gamma y_1}$ resp. $A\,r\,e^{-\gamma y_1}$. In het geval van fig. 4*b* is derhalve bij $y = y_1$ een reflectiefactor r_1 nodig ter grootte van

$$r_1 = \frac{A\,r\,e^{-\gamma y_1}}{A\,e^{\gamma y_1}} = r\,e^{-2\gamma y_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Indien we de leiding als verliesvrij mogen beschouwen ($\alpha = 0$), kunnen we volgens (3) en (4) voor (7) schrijven:

$$r_1 = r\,e^{-j4\pi f y_1/v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Men vindt r_1 dus door in het diagram van Smith de vector r rechtsom te draaien over een hoek $4\pi f y_1/v$ (*fig. 5*). Uit de cirkelbundels voor $R/\zeta =$ constant resp. $X/\zeta =$ constant leest men vervolgens de waarden af van het reële en het imaginaire deel der impedantie Z_1 die men aan de ingang van het afgesneden stuk ziet.

Zo vinden we bijv. dat bij $\zeta = 100$ ohm en $Z = 100 + j{\cdot}100$ ohm (dus $R/\zeta = 1$ en $X/\zeta = 1$, punt A) een reflectiefactor r optreedt waarvan de modulus $|r| = 0{,}447$ en het argument $\varphi = 63°$. Heeft de leiding een lengte l gelijk aan $\frac{1}{4}$ golflengte („$\frac{1}{4}\lambda$-transformator"), dan is de draaiingshoek $4\pi f l/v$ gelijk aan π. Bij deze waarde (punt C) leest men in fig. 5 af: $R/\zeta = \frac{1}{2}$ en $X/\zeta = -\frac{1}{2}$, zodat $Z_1 = 50 - j{\cdot}50$ ohm.

Op analoge wijze vinden we de impedantie Z_l die de met Z afgesloten kabel vertegenwoordigt voor de spanningsbron aan de ingang. Deze spanningsbron zij een generator met e.m.k. $= E$ en inwendige impedantie Z_g (fig. 1). In het diagram moet de vector r worden gedraaid over de hoek $4\pi f l/v$. Kiest men $Z_g = \zeta$, dan is de spanning $V(l)$ op de ingangsklemmen van de kabel:

$$V(l) = \frac{Z_l}{Z_l + \zeta}\,E = \frac{\frac{1}{2}Z_l + \frac{1}{2}\zeta + \frac{1}{2}Z_l - \frac{1}{2}\zeta}{Z_l + \zeta}\,E$$

$$= \tfrac{1}{2}(1 + r_l)E, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

als in analogie met (5) $r_l = (Z_l - \zeta)/(Z_l + \zeta)$ de reflectiefactor aan de ingang van de kabel is (bij $y = l$). Voor r_l kan men volgens (8) schrijven:

$$r_l = r\,e^{-j4\pi f l/v},$$

dus

$$V(l) = \tfrac{1}{2}E\,(1 + |r|\,e^{j\varphi} \cdot e^{-4\pi f l/v}).$$

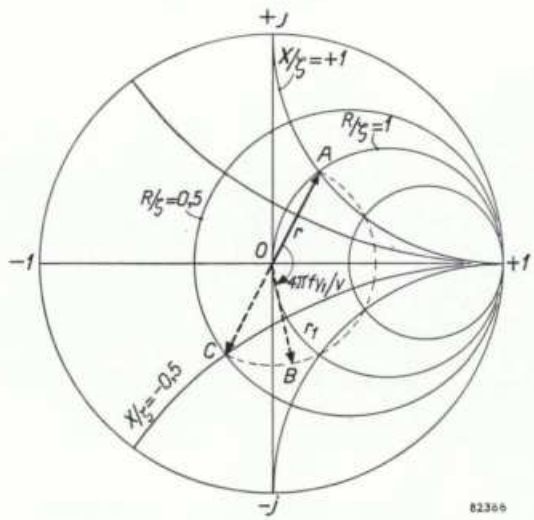


Fig. 5. De reflectiefactor $r_1 = OB$ van het overgebleven stuk lechersysteem in fig. 4*b* vindt men door in het diagram van Smith de vector $r = OA$ rechtsom te draaien over de hoek $4\pi f y_1/v$.

Uit (9) blijkt dat in het diagram de vector PQ, die de voorstelling van de spanning $V(l)$ is (zie *fig. 6a*), ontstaat door samenstelling van de constante vector PO ($= \frac{1}{2}E$) met de vector OQ ($= \frac{1}{2}r_l E$). Men kan de schaal zo kiezen dat $\frac{1}{2}E$ gelijk is aan de straal van het diagram.

Neemt de frequentie f toe, dan beweegt Q rechtsom over de cirkel met straal $\frac{1}{2}|r_l|E$. Hieruit kan men afleiden hoe de grootte der spanning op de ingangsklemmen, $|V(l)|$, afhangt van de frequentie (fig. 6*b*).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Uit deze beschouwing volgt dat de amplitude van de heengaande golf, $\frac{1}{2}E$, onafhankelijk is van de aan het eind optredende reflectie. Het is goed erop te wijzen dat dit niet geldt wanneer $Z_g \neq \zeta$. Dan wordt namelijk de aan het eind gereflecteerde golf opnieuw gereflecteerd bij de spanningsbron en levert hij een bijdrage tot de heengaande golf. De berekeningen worden in dit geval ingewikkeld en vallen buiten het raam van dit artikel. Enige resultaten komen straks ter sprake.

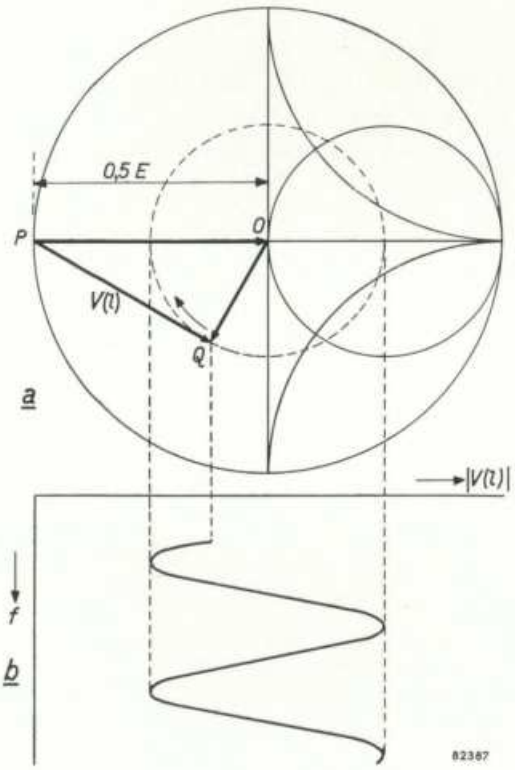


Fig. 6. *a*) Voorstelling van $V(l) = \frac{1}{2}(1 + r_l)E$ in het diagram van Smith. Bij toenemende frequentie loopt Q rechtsom over de gestippelde cirkel met straal $\frac{1}{2}|r_l|E$.
b) De modulus van $V(l)$, = lengte PQ in (*a*), als functie van de frequentie f.

Het meten van reflecties

Bij de vroeger beschreven methode [2] [3]) werd gewerkt met een vaste frequentie en was de detector verplaatsbaar. In tegenstelling hiermee gebruiken wij een variabele frequentie en een stilstaande detector.

De nu te beschrijven uitvoeringsvorm is vooral bedoeld voor gevallen waarin men over een groot frequentiegebied aanpassing tot stand wil brengen. Andere vormen, die de voorkeur verdienen wanneer meer op nauwkeurigheid dan op overzichtelijkheid en snelheid van werken wordt gelet, komen nog ter sprake aan het slot van dit artikel.

Het blokschema van onze meetopstelling vindt men in *fig.* 7.

Op een zg. wobbulator — d.i. een signaalgenerator waarvan de frequentie periodiek varieert, in ons geval met de netfrequentie — is een lechersysteem (meetleiding) met bekende golfweerstand aangesloten en parallel daaraan een detector. De meetleiding is een coaxiale kabel of een lintkabel, met een lengte die vele malen groter is dan de gemiddelde golflengte. Ze is afgesloten met de onbekende impedantie Z. Verder bevat de apparatuur een oscillograaf. De spanning voor de horizontale afbuiging is synchroon met de frequentiemodulatie van de wobbulator, zodat de abscissenas van het oscillogram frequentieas is. De detector levert een laagfrequent schommelende gelijkspanning; de wisselspanningscomponent hiervan doet, na versterking, de verticale uitslag ontstaan. Op deze wijze verkrijgt men een oscillogram dat er uitziet als fig. 6*b*. Is de schakeling zo ingericht dat het signaal voor de verticale uitslag alleen tijdens de heenslag aanwezig is, dan wordt tijdens de terugslag de horizontale as van het oscillogram geschreven.

Het is instructief, voor enkele eenvoudige gevallen na te gaan hoe de oscillogrammen eruit zullen zien. a) De impedantie Z is een zuivere weerstand, R. Dan is

$$r = \frac{R - \zeta}{R + \zeta},$$

dus $\varphi = 0$ voor $R > \zeta$, en $\varphi = \pi$ voor $R < \zeta$. De punt van de vector r ligt derhalve steeds op de reële as, en wel voor $R = 0$ bij -1, voor $R = \frac{1}{3}\zeta$ bij $-\frac{1}{2}$, voor $R = \zeta$ bij 0, voor $R = 3\zeta$ bij $+\frac{1}{2}$, en voor $R = \infty$ bij $+1$ (zie *fig.* 8*a*).

Bij variërende frequentie doorloopt het punt Q volgens fig. 6*a* een cirkel om O waarvan de straal afhangt van R, en is de lengte PQ de modulus van de vector $V(l)$. Voor de genoemde waarden van R zal het oscillogram van $|V(l)|$ als functie van $(4\pi l/v)f$ er dus uitzien als in fig. 8*b* is getekend.

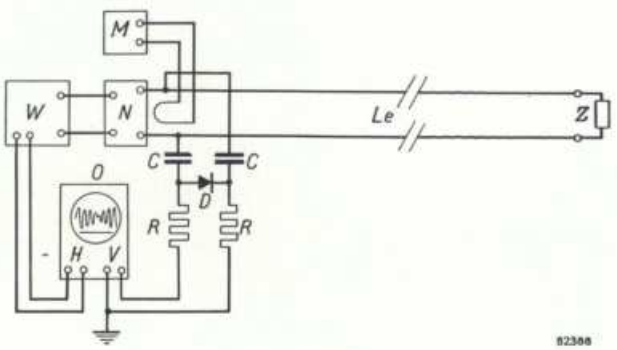


Fig. 7. Schakeling ter bepaling van de reflectiefactor van een onbekende impedantie Z, waarmee de leiding Le (met $\zeta = 300$ ohm) is afgesloten. W wobbulator. N aanpassingsnetwerk. D detector. O oscillograaf (horizontale uitslag synchroon met de frequentievariatie van de wobbulator, verticale uitslag evenredig met de uitgangswisselspanning van de detector). M merker (zie later). C scheidingscondensatoren (100 pF). R weerstanden (10 000 ohm), die beletten dat hoogfrequente spanning doordringt tot de oscillograaf.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

b) De impedantie Z is een zuivere reactantie, jX. Nu geldt:

$$r = \frac{jX - \zeta}{jX + \zeta},$$

dus

$$|r| = 1, \qquad \varphi = \pi - 2 \operatorname{arc\,tg} \frac{X}{\zeta}.$$

Uit $|r| = 1$ volgt dat in het geval van een zuiver reactieve afsluitimpedantie de punt van de vector r steeds op de omtrek van het diagram van Smith ligt (fig. 8*c*). Het oscillogram van $|V(l)|$ als functie van $(4\pi l/v)f$ ziet er uit als in fig. 8*d* is getekend voor enige waarden van X. Verandering van X wijzigt alleen het argument (φ) van r en heeft dus geen ander gevolg dan een horizontale verschuiving van het oscillogram.

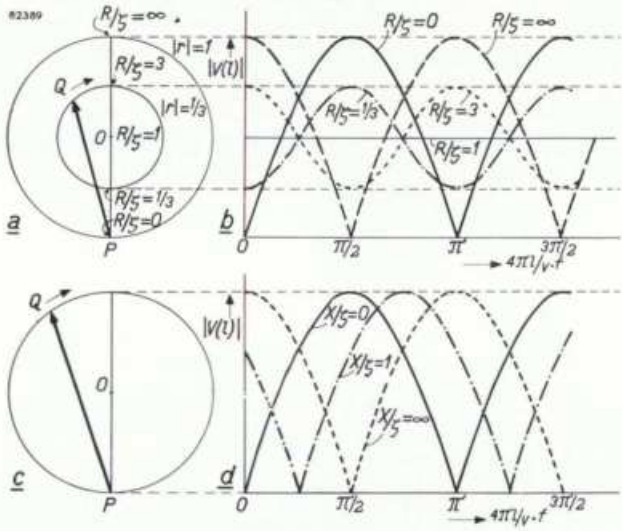


Fig. 8. *a-b*). De afsluitimpedantie in fig. 7 is een zuivere weerstand R. In (*a*) ligt het punt Q op de cirkel met straal $^1/_2$ indien $R/\zeta = {}^1/_3$ of 3. Bij variëren van de frequentie doorloopt Q deze cirkel; in (*b*) is de lengte $PQ = |V(l)|$ als functie van f uitgezet (gestippelde kromme en punt-streepkromme). Voor $R = 0$ of ∞ ligt Q op de cirkel met straal 1; $|V(l)|$ verloopt dan volgens de getrokken kromme resp. de streepjeskromme. Voor $R/\zeta = 1$ valt Q met O samen en blijft $|V(l)|$ constant (afwezigheid van reflectie).
c-d). De afsluitimpedantie in fig. 7 is een zuivere reactantie jX. Bij iedere waarde van X ligt Q op de cirkel met straal 1; verandering van X veroorzaakt slechts een horizontale verschuiving van $|V(l)|$ als functie van f.

Afleiding van de reflectiefactor uit de oscillogrammen

Voor het bepalen van de reflectiefactor r uit de oscillogrammen gaat men uit van de volgende overwegingen.

a) Volgens (9) schommelt $|V(l)|$ tussen de waarden $\frac{1}{2}E(1 + |r|)$ en $\frac{1}{2}E(1 - |r|)$. Het oscillogram vertoont een rimpel, waarvan de amplitude a_r (van top tot top, *fig. 9a*) met deze variatie in $|V(l)|$ evenredig is, dus

$$a_r = g \cdot \tfrac{1}{2}E\{(1 + |r|) - (1 - |r|)\} = gE|r|.$$

De evenredigheidsfactor g bepaalt men door een bekende reflectiefactor te doen optreden, en wel totale reflectie ($|r| = 1$, fig. 9*b*), bijv. door de leiding aan het eind open te laten. De dan optredende rimpelamplitude a_0 is gE, dus

$$|r| = \frac{a_r}{a_0}. \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

De verhouding van de beide rimpelamplitudes geeft dus de modulus van de reflectiefactor.

b) Het oscillogram vertoont periodiciteit. Immers, wanneer f toeneemt met een bedrag $(\Delta f)_0$ zodanig dat $4\pi(\Delta f)_0 l/v = 2\pi$, dus

$$(\Delta f)_0 = \frac{v}{2l}, \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

dan neemt $|V(l)|$ weer dezelfde waarde aan. De frequentiezwaai kan men dus klein houden door de meetleiding lang te maken.

c) De minima in fig. 9*a* en *b* zijn ten opzichte van elkaar verschoven over een afstand $(\Delta f)_r = \varphi/2\pi\,(\Delta f)_0$. Dus

$$\varphi = \frac{(\Delta f)_r}{(\Delta f)_0} 2\pi. \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Totale reflectie kan men niet alleen krijgen door het eind van de leiding open te laten, maar ook door het kort te sluiten. In dit laatste geval moet men de uitkomst van (12) met π vermeerderen.

De verhouding van twee uit de oscillogrammen af te lezen frequentieverschillen levert dus het argument van de reflectiefactor. (10) en (12) samen bepalen r volledig.

Hoe men met behulp van $|r|$ en φ in een diagram van Smith de onbekende impedantie Z kan afleiden, werd boven al besproken.

Nauwkeuriger dan het aflezen van $(\Delta f)_r$ en

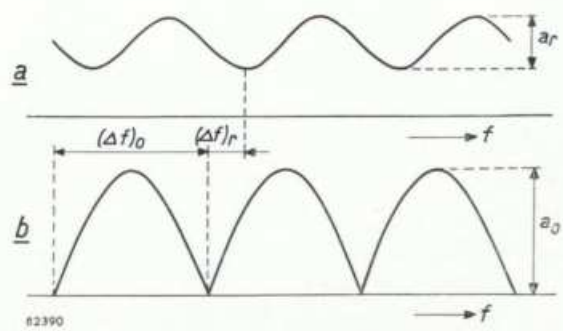


Fig. 9. Oscillogrammen verkregen met de schakeling van fig. 7, (*a*) met een willekeurige afsluitimpedantie, (*b*) met opengelaten einde. De verhouding van de rimpelamplitudes a_r en a_0 is de modulus van de reflectiefactor, en 2π maal de verhouding van de frequentieverschillen $(\Delta f)_r$ en $(\Delta f)_0$ is het argument φ.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

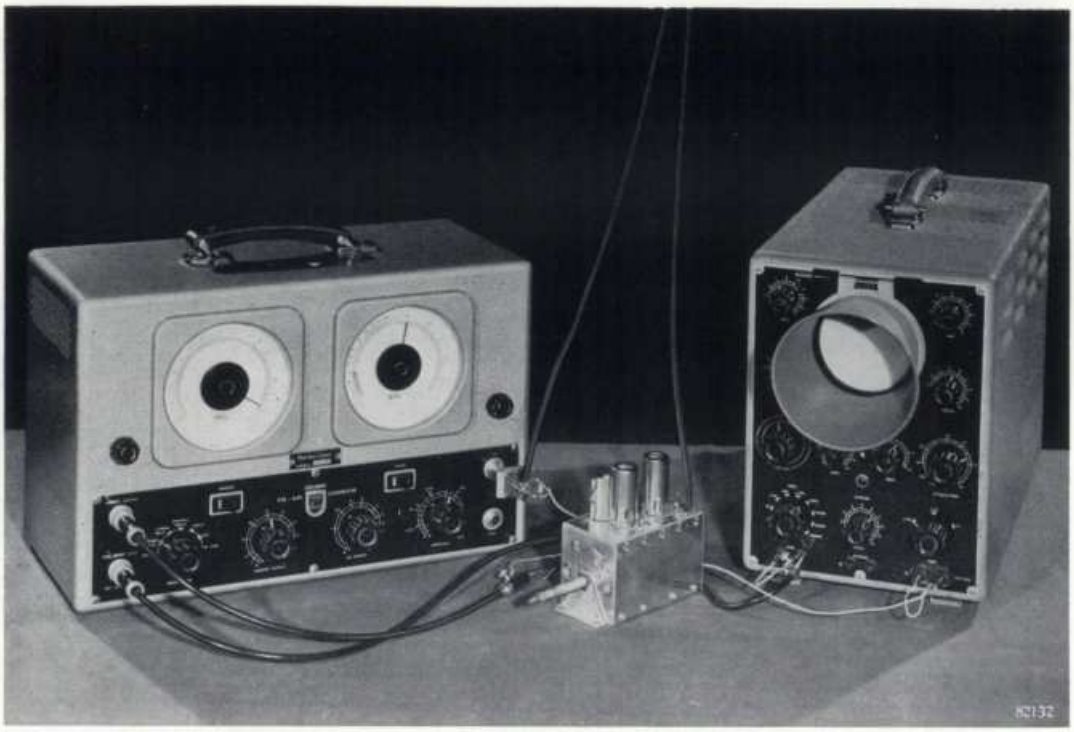


Fig. 10. Opstelling voor het meten van reflecties. Van links naar rechts: de wobbulator (tevens merker), type GM 2889; het meetobject (hier een kanaalkiezer van een televisie-ontvanger) en de kathodestraaloscillograaf. Men ziet het begin en het eind van de 60 m lange lintkabel, die als lecherleiding fungeert.

$(\Delta f)_0$ uit de oscillogrammen is de volgende methode. Los met het meetsysteem gekoppeld is een hulposcillator (M in fig. 7), waarvan men de frequentie kan variëren en nauwkeurig aflezen. Men stelt deze frequentie zo in dat ze binnen de frequentiegrenzen van de wobbulator ligt. Telkens wanneer de wobbulatorfrequentie de hulpfrequentie passeert, ontstaat een zweving, die in het oscillogram te zien is als een plaatselijke onregelmatigheid in de lijn en er als het ware een merkteken in vormt (daarom wordt de hulposcillator merker genoemd). Met behulp van de merker kan men $(\Delta f)_r$ en $(\Delta f)_0$ zeer nauwkeurig bepalen, elk als verschil van twee achtereenvolgende instellingen van de merker.

Fig. 10 geeft een indruk van de opstelling.

Invloed van demping

In het algemeen zal de te meten impedantie Z afhankelijk van de frequentie zijn; dit betekent dat zowel $|r|$ als φ met de frequentie verandert. Bij de beschreven methode moeten wij de frequentie variëren tussen grenzen die enige malen een bedrag $(\Delta f)_0$ uiteenliggen. Het is ter wille van de meetnauwkeurigheid wenselijk dat $|r|$ in een interval $(\Delta f)_0$ niet sterk varieert. Hieraan is des te beter voldaan naarmate $(\Delta f)_0$ kleiner is. Uit (11) blijkt evenwel dat met afnemende $(\Delta f)_0$ de lengte l van de meetleiding moet toenemen, en met de lengte wordt de demping, die tot dusverre verwaarloosd was, groter. We dienen ons dus af te vragen welke invloed de demping op het meetresultaat heeft.

Bedraagt de demping α neper per meter, dan arriveert de gereflecteerde golf bij de detector met een amplitude die een factor $e^{-2\alpha l}$ kleiner is dan wanneer er geen demping was. Het gevolg is dat ook bij totale reflectie de spanning $|V(l)|$ nergens meer nul is (vergelijk *fig. 11a*, die geldt voor $\alpha = 0$, met fig. 11*b*, voor het geval $\alpha > 0$). In de uit-

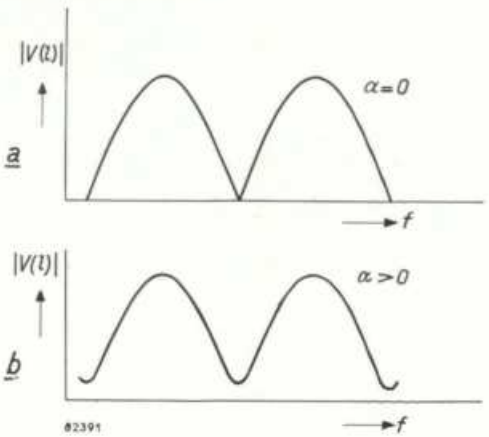


Fig. 11. $|V(l)|$ als functie van f bij totale reflectie, *a*) bij lineaire detectie en volkomen afwezigheid van demping, *b*) bij lineaire detectie en met demping. In het geval (*b*) wordt $|V(l)|$ nergens meer nul.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

drukkingen voor a_r en a_0 moet men nu $|r|E$ resp. E vermenigvuldigen met e^{-2al}, maar daarbij blijft de verhouding a_r/a_0, die volgens (10) gelijk aan $|r|$ is, ongewijzigd. In principe geeft de demping dus geen aanleiding tot meetfouten, althans wat $|r|$ betreft.

Er zijn echter op de rimpel, die door de reflectie ontstaat, steeds kleine onregelmatigheden gesuperponeerd. Deze kunnen deels het gevolg zijn van het feit dat de generatorspanning enigszins van de frequentie afhangt en dus tijdens het zwaaien van de frequentie varieert, deels ook van de onvermijdelijke inhomogeniteiten in of aan de meetkabel. (Zulke inhomogeniteiten zijn bij een lintkabel o.a. de punten waar hij ondersteund wordt; men houdt ze zo gering mogelijk door de kabel op te hangen aan dunne touwtjes. Op de invloed van bevestigingsisolatoren komen we straks nog terug.) Deze onregelmatigheden worden hinderlijker naarmate de demping sterker is. Dit beperkt de toelaatbare lengte van de kabel. Een geschikte lengte is 60 m.

Andere invloeden

Invloed van niet-aanpassing tussen generator en meetleiding

Tot dusverre namen we aan dat de inwendige impedantie Z_g van de generator (wobbulator) gelijk was aan de golfweerstand ζ van het meetsysteem. We hebben nu na te gaan hoe de spanning $|V(l)|$ als functie van de frequentie verloopt wanneer Z_g ongelijk aan ζ is. De berekening hiervan is te gecompliceerd om in het bestek van dit artikel te worden weergegeven, maar *fig. 12* toont enige resultaten. $|V(l)|$ als functie van f ziet men in fig. 12*a* voor een reële waarde van Z_g (namelijk $= 2\zeta$) en in fig. 12*b* voor een complexe waarde, ($Z_g = \zeta/(1-j)$, in beide gevallen voor $|r| = 0{,}33$, 0,80 en 1,0.

Wanneer Z_g een zuivere weerstand is (fig. 12*a*), hangt de plaats van de maxima en de minima weinig van $|r|$ af, en de waarde $|r'|$ die uit de verhouding van de rimpels, a_r/a_0, volgt, verschilt niet belangrijk van de juiste waarde $|r|$ (uit fig. 12*a* vindt men 0,30 en 0,77 in plaats van 0,33 resp. 0,80).

Zodra echter Z_g een reactieve component krijgt, verschuiven de maxima en (in mindere mate) de minima. Dit komt doordat bij bijv. een capacitief karakter van Z_g de spanning $|V(l)|$ de maximale waarde niet bereikt wanneer de ingangsimpedantie van de kabel reëel is, maar wèl bij inductieve ingangsimpedantie, waarbij opslingering optreedt.

Wanneer men φ uit verg. (12) wil berekenen, is het dus gunstig het frequentieverschil te bepalen uit de afstand tussen de minima, want deze zijn minder verschoven dan de maxima. Het effect kan verder worden verminderd door aan de complexe impedantie Z_g een zodanige reactantie toe te voegen dat het geheel een reële waarde aanneemt. (Een deel van Z_g wordt steeds gevormd door de capacitieve impedantie van de detector, welke parallel hieraan staat).

Invloed van de detectiekarakteristiek

Fig. 13 geeft het verband tussen de amplitude V van de hoogfrequente spanning en de gedetecteerde gelijkspanning U, voor een germaniumdiode [7]) (wegens de geringere capaciteit tussen de electrodes is deze voor ons doel gunstiger dan een vacuumdiode). De niet-lineariteit van deze karakteristiek heeft tot gevolg dat in het algemeen het verloop van de spanning U veranderingen van V niet getrouw volgt.

[7]) Zie Philips techn. T. **16**, 242-249, 1954 (No. 8).

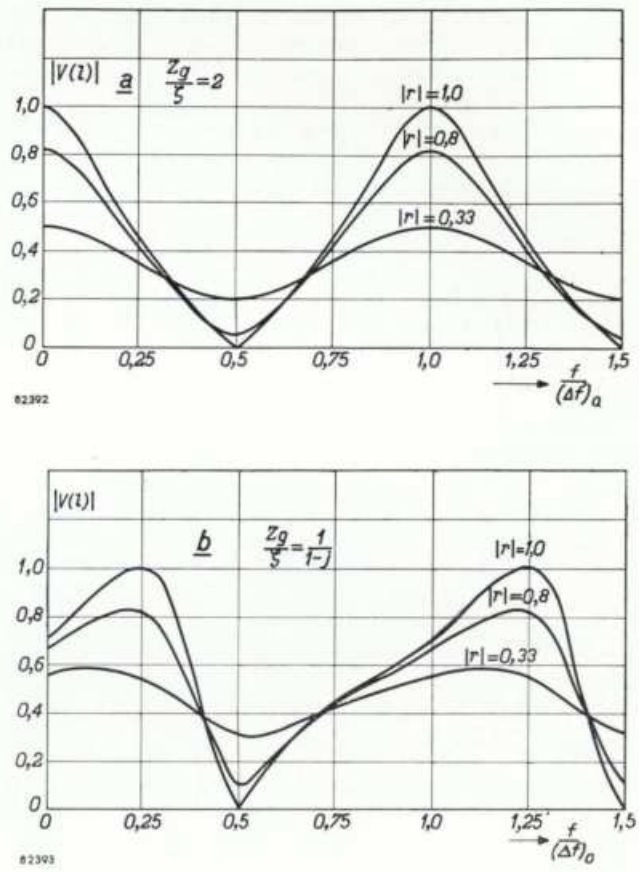


Fig. 12. $|V(l)|$ als functie van f voor gevallen waarin Z_g niet gelijk is aan ζ. De krommen (*a*) gelden voor $Z_g = 2\zeta$ (dus reëel), de krommen (*b*) voor $Z_g = \zeta/(1-j)$; in beide gevallen is $|r|$ resp. 0,33, 0,80 en 1,0. Bij (*a*) hangt de plaats van de minima en maxima zo goed als niet van $|r|$ af, bij (*b*) de plaats der minima nog vrij weinig, die der maxima sterk. Ondersteld is dat $E = 1$.

Bij de beschreven meetmethode neemt men op de oscillograaf niet $V(l)$ waar, doch de fluctuatie van U. De uit het oscillogram opgemeten rimpelamplitudes van U zullen zich dus niet verhouden als de rimpelamplitudes in $|V(l)|$, die men volgens (10) nodig heeft voor de bepaling van $|r|$.

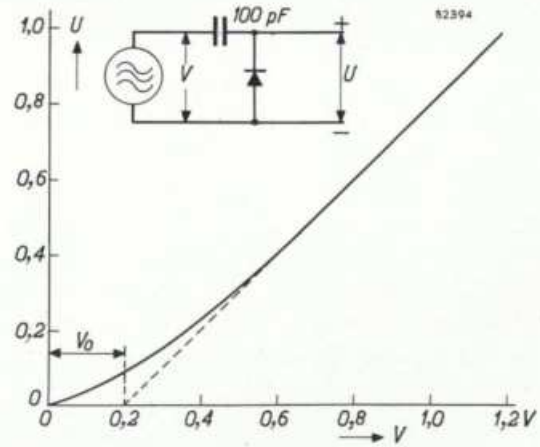


Fig. 13. Betrekking tussen de gedetecteerde gelijkspanning U en de hoogfrequente wisselspanningsamplitude V, voor een bepaalde germaniumdiode. De waarde V_0 waarbij het verlengde van het nagenoeg rechte deel der karakteristiek de V-as snijdt, is circa 0,2 V.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De fout die hierdoor ontstaat, is voor een aantal gevallen berekend. Bij lineaire detectie en ook bij zuiver kwadratische detectie is de fout nul; deze gevallen doen zich bij benadering voor indien $E \gg V_0$ resp. $E \ll V_0$ (voor V_0, zie fig. 13). De meeste wobbulators echter geven een spanning (0,1 tot 0,5 V) die van dezelfde orde als V_0 is, en in dit geval levert de karakteristiek volgens fig. 13 een afwijking, waarvan de lijn b in *fig. 14* een beeld geeft.

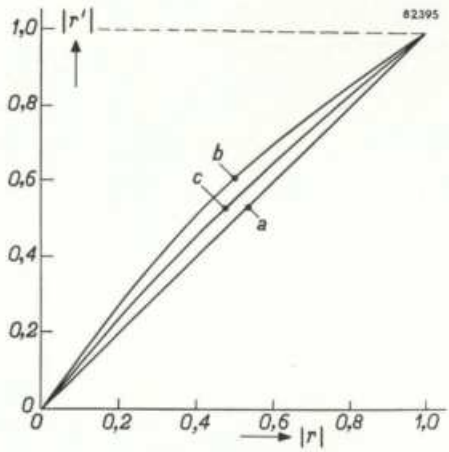


Fig. 14. Een detectiekarakteristiek als die van fig. 13 maakt dat men, wanneer E van dezelfde orde is als V_0, voor de modulus van de reflectiefactor te grote waarden $|r'|$ meet; vgl. kromme b met de rechte lijn a, die onder 45° loopt. Demping maakt de fout kleiner; kromme c geldt voor het geval $e^{-2\alpha l} = 0{,}8$.

Demping van de leiding heeft hier een gunstige uitwerking, daar op een gedempte leiding bij totale reflectie de minima van $|V(l)|$ groter dan nul zijn (fig. 11*b*) en er dus een kleiner gedeelte van de bocht in de detectiekarakteristiek wordt doorlopen. Bedraagt $e^{-2\alpha l}$ bijv. 0,8, dan worden de afwijkingen gehalveerd (kromme c in fig. 14).

Enige toepassingen

Aanpassing van een afgestemde kring bij een kabel

Voor de impedantie Z van een parallelkring (L, C en R parallel) kunnen we schrijven:

$$Z = \frac{R}{1 + j\beta_0 Q},$$

waarin $\beta_0 = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ (met $\omega_0^2 = 1/LC$) de verstemming is (hier β_0 genoemd, ter onderscheiding van de fazeconstante β) en Q de kwaliteitsfactor $= R\sqrt{C/L}$.

Sluiten we deze kring aan op de meetkabel, dan wordt volgens (5) de reflectiefactor:

$$r = \frac{\dfrac{R}{1 + j\beta_0 Q} - \zeta}{\dfrac{R}{1 + j\beta_0 Q} + \zeta}.$$

De modulus van r is dus

$$|r| = \sqrt{\frac{(R - \zeta)^2 + \beta_0^2 Q^2 \zeta^2}{(R + \zeta)^2 + \beta_0^2 Q^2 \zeta^2}}. \quad . \quad . \quad (13)$$

Laten we de frequentie toe- of afnemen zodanig dat ω de resonantiewaarde ω_0 passeert, dan neemt β_0^2 af tot nul om vervolgens weer toe te nemen; uit (13) volgt dat $|r|$ bij resonantie door een minimum gaat, dat gelijk is aan $(R - \zeta)/(R + \zeta)$. Bij aanpassing ($R = \zeta$) is het minimum gelijk aan nul.

Zoals boven werd besproken, is de spanning $V(l)$ aan de ingang van de meetleiding gelijk aan de vectorsom van de vaste vector $\frac{1}{2}E$ en de wentelende vector $|r| \cdot \frac{1}{2}E$. Naar we zoëven zagen, is nu $|r|$ bij het zwaaien van de frequentie variabel: $|r|$ wordt eerst kleiner en na het passeren van de resonantie groter. Dit heeft tot effect dat het einde van de vector $V(l)$ eerst een naar binnen toe draaiende spiraal beschrijft en dan een naar buiten draaiende. Dienovereenkomstig vertoont het oscillogram een amplitude die van links naar rechts eerst afneemt, dan toeneemt. Is het minimum gelijk aan nul, dan zijn leiding en kring op elkaar aangepast. Of dit al dan niet het geval is, kan men dus in een oogopslag zien.

Bestaat er geen aanpassing, dan kan men trachten deze tot stand te brengen door de leiding aan te sluiten op een aftakking van de kring (*fig. 15a*). Voor dit geval moet men R in (13) vervangen door R/τ^2, als τ de transformatieverhouding is. In fig. 15*b* is $|r|$ getekend als functie van $\beta_0 Q$ voor enige waarden van τ; aanpassing bestaat bij $\tau = \tau_{opt} = \sqrt{R/\zeta}$.

Fig. 16 geeft experimentele resultaten voor drie aftakkingen op de spoel van een kring, die op circa 560 MHz was afgestemd. Fig. 16*b*, waarin de amplitude in het minimum ongeveer nul is, benadert de

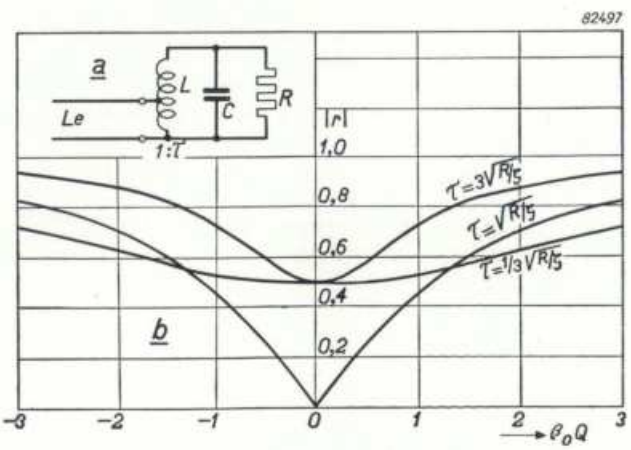


Fig. 15. *a*). De impedantie van een trillingskring L-C-R kan bij die van de lecherleiding Le worden aangepast door juiste keuze van de transformatieverhouding τ.
b) Betrekking tussen $|r|$ en de verstemming β_0 (uitgezet is $\beta_0 Q$), voor verschillende waarden van de transformatieverhouding τ. De optimale verhouding τ_{opt} is $\sqrt{R/\zeta}$.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

toestand van aanpassing het best. Het verloop van de omhullenden in fig. 16 komt overeen met de krommen van fig. 15*b* [8]).

Uit de gemeten waarden van de reflectiefactor werd ten slotte de impedantie volledig bepaald. Men kan aantonen (het bewijs laten we hier achterwege)

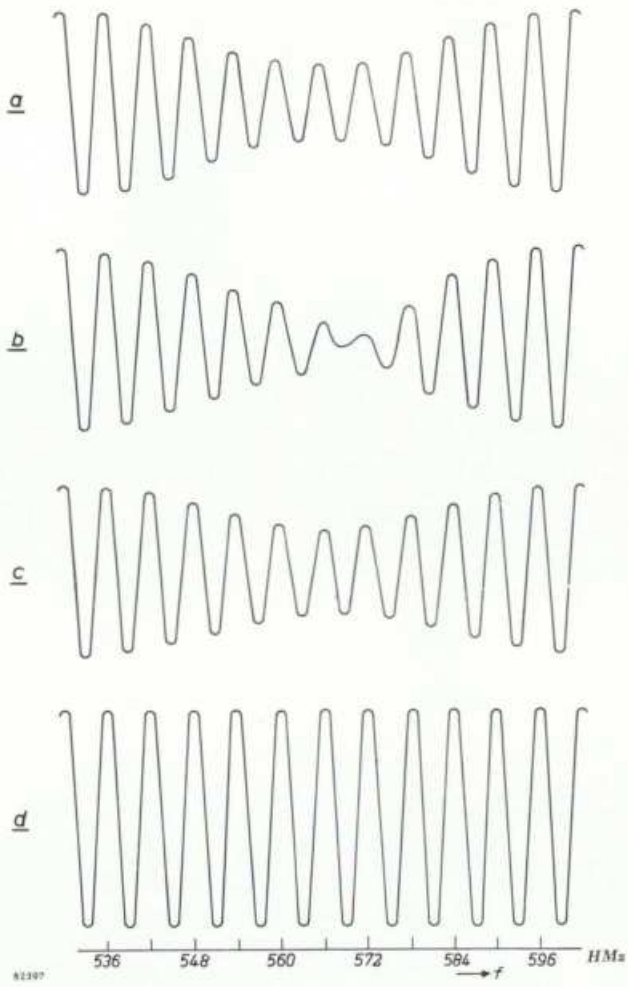


Fig. 16. Experimentele resultaten in een geval als dat van fig. 15*a*. De kring was afgestemd op ongeveer 560 MHz. Bij (*a*) was τ te groot, bij (*b*) was ongeveer aanpassing bereikt, bij (*c*) was τ te klein. Bij (*d*) was de leiding aan het eind kortgesloten.

dat de meetpunten voor verschillende frequenties in het diagram van Smith op een cirkel moeten liggen. *Fig. 17* geeft een indruk van de nauwkeurigheid waarmee dit het geval is.

Meting van kabelconstanten

De behandelde meetmethode is ook goed te gebruiken voor het bepalen van verschillende kabelconstanten.

In de eerste plaats de golfweerstand ζ. Deze kan worden bepaald door de kabel af te sluiten met een weerstand van zodanige grootte dat het oscillogram een constante amplitude vertoont. (Dat men hierbij de generatorimpedantie Z_g nog niet gelijk aan ζ kan maken, omdat ζ immers nog niet bekend is, is geen bezwaar, daar bij $R = \zeta$ het oscillogram een constante amplitude vertoont ook indien $Z_g \neq \zeta$.) Continu variabele weerstanden van de vereiste orde van grootte (enige tientallen of honderden ohms) zijn bij de in aanmerking komende frequenties niet voldoende vrij van zelfinductie en capaciteit; daarom werkt men met een aantal vaste weerstanden van nauwkeurig bekende waarde. Men meet de reflectiefactor r die optreedt wanneer de kabel achtereenvolgens met elk van deze weerstanden wordt afgesloten, en men bepaalt de weerstand waarvoor $|r| = 0$, door interpolatie; deze waarde is gelijk aan de golfweerstand ζ.

Een andere kabelconstante is de verkortingsfactor $k = v/c = 1/\sqrt{\varepsilon_{rel}}$ (waarin c = lichtsnelheid en ε_{rel} = relatieve diëlectrische constante), d.i. de factor die aangeeft hoeveel maal de golflengte op de kabel kleiner is dan die in de lucht. Uit verg. (11) volgt:

$$k = \frac{2l(\Delta f)_0}{c}.$$

$(\Delta f)_0$ kan nauwkeurig worden bepaald met behulp van de boven besproken „merker".

Aldus werd gevonden voor coaxiale zowel als tweeaderige kabel met massieve polytheenisolatie: $k = 0{,}65$, en voor lintkabel (eveneens met polytheenisolatie) met $\zeta = 300$ ohm: $k = 0{,}79$.

Ten slotte nog de demping. De amplitude van het oscillogram is evenredig met $E(1 - e^{-2al})$ wanneer de kabel aan het eind is kortgesloten, en met E wanneer men de kabel geheel weglaat. Hieruit kan men a bepalen.

Bepaling van de invloed van afspanblokjes

Een televisie- of een frequentiemodulatieontvanger is gewoonlijk met de antenne op het dak verbonden door een lintkabel. Deze moet hier en daar door middel van isolatoren bevestigd worden. Daar de isolatoren inhomogeniteiten voor de kabel vormen, veroorzaken ze reflecties; deze kunnen de ontvangst benadelen. Reeds bij een klein aantal van zulke inhomogeniteiten kunnen onoverzichtelijke toestanden ontstaan, zodat het wenselijk is, deze reflecties klein te houden.

De volgende metingen illustreren een eenvoudig geval. Een lange lintkabel werd afgesloten met een zo goed mogelijk aangepaste weerstand, zodat de reflectiefactor zeer klein was. Kromme *a* in *fig. 18*

[8]) We merken nog op dat dit verloop weliswaar in relatie staat met de kwaliteitsfactor Q, maar dat de waarde van Q er niet op zo eenvoudige wijze uit kan worden afgeleid als bij een resonantiekromme.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

geeft gemeten waarden van $|r|$ weer als functie van de frequentie f tot ca. 1000 MHz. Vervolgens werd vlak bij deze weerstand een isolerend afspanblokje zodat de afstand heen en terug tussen de blokjes juist een halve golflengte is en de golven elkaar dus zullen uitdoven.

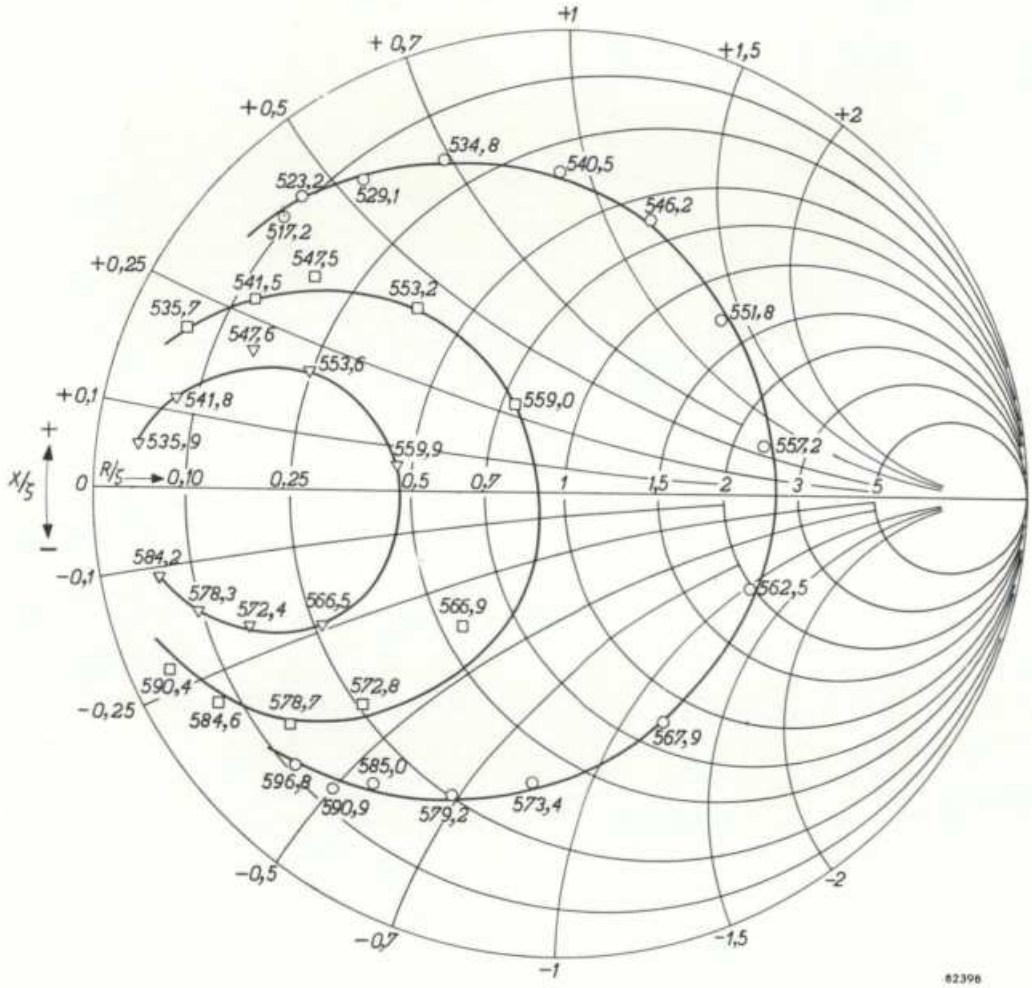


Fig. 17. De in de gevallen van fig. 16*a*, *b* en *c* gemeten impedanties, uitgezet in het diagram van Smith. De getekende krommen voor constante transformatieverhouding τ zouden theoretisch cirkels moeten zijn. Bij ieder punt is de frequentie in MHz opgegeven.

aangebracht. Opnieuw werd $|r|$ als functie van f bepaald (de toestand van totale reflectie, die daarbij nodig is, werd verkregen door de kabel vlak achter het blokje kort te sluiten). Het resultaat was een aanmerkelijk grotere reflectiefactor (kromme *b* in fig. 18). Bij berekening bleek dat het blokje het effect had van een capaciteit van 0,13 pF tussen de aders van de kabel ter plaatse van het blokje.

Daarna werd een tweede blokje aangebracht, op 7,5 cm afstand van het eerste. Voor „lage" frequenties (ca. 100 tot 300 MHz) gaf dit ruwweg een verdubbeling van de reflectiefactor (kromme *c* in fig. 18), maar bij ca. 800 MHz bleek het de reflectie sterk te verminderen. Dit is ook begrijpelijk, daar bij 800 MHz de golflengte op de kabel de volgende waarde heeft: $kc/f = 0{,}8 \times 3 \cdot 10^8/800 \cdot 10^6 = 0{,}30$ m,

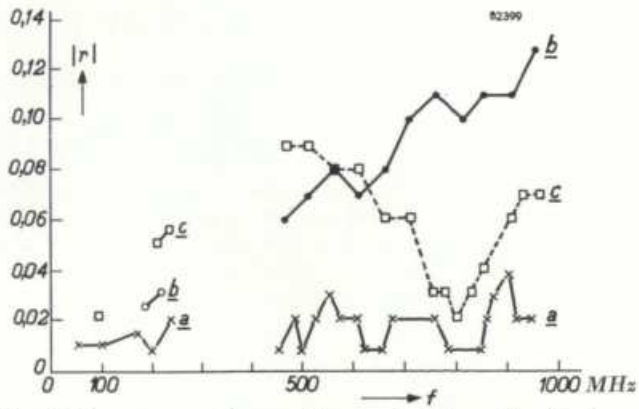


Fig. 18. Gemeten waarden van de modulus $|r|$ van de reflectiefactor op een lintvormige kabel met $\zeta = 300$ ohm, als functie van de frequentie f. De kabel was afgesloten met een zo goed mogelijk aangepaste weerstand. *a*) Zonder opzettelijk aangebrachte inhomogeniteiten, *b*) met één isolerend afspanblokje vlak bij de afsluitweerstand, *c*) met een tweede afspanblokje, op 7,5 cm afstand van het eerste.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Varianten op de beschreven methode

Het werken met wobbulator en oscillograaf gaat zeer vlug en toont direct het effect van iedere wijziging die men in het meetobject aanbrengt. Deze methode verdient dan ook vooral aanbeveling wanneer men orienterende metingen wil doen en wanneer zij zich over een groot frequentiegebied moeten uitstrekken.

Daar staat tegenover dat het opmeten uit een oscillogram nooit die nauwkeurigheid kan leveren die met direct aanwijzende instrumenten te verkrijgen is. Wenst men nauwkeurige numerieke uitkomsten, dan zou men als volgt te werk kunnen gaan. In plaats van de wobbulator gebruikt men een eenvoudige oscillator met instelbare frequentie, en de door de detector geleverde gelijkstroom meet men met een microampèremeter. Men bepaalt de frequenties waarbij de stroom het grootst resp. het kleinst is en leest deze stroomwaarden af. Dan herhaalt men dit terwijl de leiding open of kortgesloten is. Met behulp van (10) en (12) vindt men weer $|r|$ en φ.

Beter nog is het, gebruik te maken van een oscillator die aan de uitgang is voorzien van een geijkte verzwakker. Men regelt deze laatste zo dat de gelijkstroom van de detector constant blijft (wat het voordeel heeft dat de detector voortdurend op dezelfde wijze belast is, zodat zijn karakteristiek geen invloed op de uitkomsten heeft). De rimpelamplitudes volgen uit de aflezingen van de verzwakker.

Bovendien kan men de oscillator laagfrequent in amplitude moduleren. De detector levert dan een laagfrequente wisselspanning, en deze kan men meten met een zeer gevoelige electronische voltmeter. Bij deze methode kan men volstaan met een lage spanning, wat van voordeel is wanneer het meetobject een buis bevat, welke dan niet overbelast wordt.

Samenvatting. De grootte van een impedantie kan men bepalen door de impedantie te gebruiken als afsluiting van een meetleiding, die als lechersysteem fungeert. De leiding, in de vorm van een ca. 60 m lange kabel, wordt gevoed door een oscillator met variabele frequentie. Aan het begin van de leiding bevindt zich een detector (germaniumdiode) met een indicator. Men bepaalt de oscillatorfrequenties waarbij de indicator maximale resp. minimale uitslag geeft, eerst terwijl de leiding met de onbekende impedantie is afgesloten, dan terwijl ze aan het eind kortgesloten of open is (totale reflectie). Uit deze frequenties en uit de bijbehorende indicatoruitslagen kan men het argument en de modulus van de (complexe) reflectiefactor bepalen, en met behulp hiervan in een diagram van Smith de onbekende impedantie.

Volgens een practische uitvoeringsvorm wordt de oscillator — een zg. wobbulator — in frequentie gemoduleerd en is de indicator een oscillograaf, waarvan de horizontale uitslag synchroon met de frequentiemodulatie verloopt. De oscillogrammen verschaffen gegevens omtrent de reflectiefactor, waaruit de impedantie is af te leiden, en men kan er onmiddellijk aan zien of al dan niet aanpassing tussen de impedantie en de leiding bestaat.

Als toepassingen worden besproken de aanpassing tussen een afgestemde kring en een kabel, het meten van diverse kabelconstanten, en de bepaling van de invloed van inhomogeniteiten in een lintkabel, teweeggebracht door afspanblokjes.

De methode met wobbulator en oscillograaf is zeer geschikt voor snelle orienterende metingen in een groot frequentiegebied. Voor nauwkeuriger numerieke uitkomsten kan men beter de wobbulator vervangen door een variabele oscillator (bij voorkeur in amplitude gemoduleerd) met geijkte verzwakker, en de oscillograaf door een gelijkstroommicroampèremeter (resp. electronische millivoltmeter).

ENTROPIE IN WETENSCHAP EN TECHNIEK

III. VOORBEELDEN EN TOEPASSINGEN (vervolg)

door J. D. FAST.

536.75

Evenals in het vorige artikel (II) toont de schrijver aan de hand van een aantal voorbeelden aan, hoe in zeer verschillende gebieden van wetenschap en techniek de entropie een essentiële rol speelt. Eerst wordt de eenvoudigste theorie van de soortelijke warmte van vaste stoffen behandeld. Hierna wordt besproken hoe in vaste stoffen bepaalde roosterfouten in thermodynamisch evenwicht kunnen optreden, zomede het verband tussen deze roosterfouten en de diffusieverschijnselen. Vervolgens wordt aangetoond hoe bij de thermodynamische behandeling van mengsels het entropiebegrip een centrale rol speelt, en wel voor vaste mengsels (bijv. legeringen) en voor vloeibare oplossingen van al of niet even grote moleculen, met als extreem geval de oplossingen van macromoleculen. Ook worden de statistische aspecten der rubberelasticiteit besproken, een verschijnsel, dat geheel als een entropie-effect kan worden beschreven.

Het eerste artikel van deze reeks [1]), verder aangeduid als I, gaf algemene beschouwingen over het begrip entropie; het tweede [2]), verder aangeduid als II, bracht toepassingen van dit begrip in chemie, physica en techniek. In het onderhavige, derde

[1]) J. D. Fast, Entropie in wetenschap en techniek, I. Het begrip entropie, Philips techn. T. **16**, 202-214, 1954 (No. 7).

[2]) J. D. Fast, Entropie in wetenschap en techniek, II. Voorbeelden en toepassingen, Philips techn. T. **16**, 278-288, 1954 (No. 9).

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

artikel wordt een nieuw aantal voorbeelden besproken. Een later te publiceren vierde artikel zal een iets ander karakter dragen en het gebruik (soms misbruik) van het entropiebegrip in de zg. informatietheorie bespreken.

De soortelijke warmte van een Einstein vaste stof

In I hebben wij op blz. 206-208 een geschematiseerde vaste stof besproken, waarin de identieke atomen zich als lineaire harmonische oscillatoren gedragen die, nagenoeg onafhankelijk van elkaar, rondom vaste centra hun trillingen uitvoeren en gelijke quanta ter grootte $h\nu$ kunnen opnemen. Bestaat deze vaste stof uit N atomen en worden er, uitgaande van het absolute nulpunt van de temperatuur, q energiequanta $h\nu$ aan toegevoerd, dan kan deze energie, indien $N \gg 1$ en $q \gg 1$, op een groot aantal wijzen over de oscillatoren worden verdeeld. Elke verdeling representeert één microtoestand en het totale aantal microtoestanden m wordt volgens formule (I, 9) gegeven door:

$$m = \frac{(q+N-1)!}{q!\,(N-1)!}.$$

Bij de afleiding van deze formule werd er gemakshalve nog geen rekening mee gehouden, dat aan een atoom in een Einstein vaste stof *drie* trillingsvrijheidsgraden moeten worden toegekend. Een echt kristal van N atomen kan in het gegeven beeld als een systeem van $3N$ lineaire oscillatoren worden beschouwd. Aangezien echte kristallen gewoonlijk meer dan 10^{19} of 10^{20} atomen bevatten, kan men verder de eenheid zonder enig bezwaar ten opzichte van N verwaarlozen. Voor een Einstein vaste stof gaat de formule dus over in:

$$m = \frac{(q+3N)!}{q!\,(3N)!}. \quad \ldots\ldots \quad \text{(III, 1)}$$

De energie van het kristal is na het opnemen van q trillingsquanta tot een bedrag

$$U = q\,h\,\nu \quad \ldots\ldots \quad \text{(III, 2)}$$

boven de nulpuntsenergie gestegen, terwijl de entropie volgens (I, 12) en (III, 1), als men gebruik maakt van de formule van Stirling in de benadering (I, 3), gegeven wordt door:

$$S = k\{(q+3N)\ln(q+3N) - q\ln q - 3N\ln 3N\}. \quad \text{(III, 3)}$$

De vrije energie van Helmholtz, $F = U - TS$, kunnen we derhalve schrijven als:

$$F(q) = qh\nu - kT\{(q+3N)\ln(q+3N) - q\ln q - 3N\ln 3N\}. \quad \text{(III, 4)}$$

Tot nu toe is het aantal opgenomen quanta bekend ondersteld. In feite is primair meestal niet dit aantal quanta gegeven, maar de temperatuur waarop het kristal verwarmd wordt door het in warmtecontact te brengen met een omgeving van constante temperatuur. Wat wij willen weten, is dan ook het aantal quanta q dat bij een gegeven temperatuur T in de Einstein vaste stof aanwezig is. De kennis van q als functie van T zal ons in staat stellen de soortelijke warmte voor elke temperatuur te berekenen.

Kon de vaste stof geheel toegeven aan zijn „streven" naar een minimale waarde van de energie, dan zou hij in het geheel geen quanta opnemen. Kon hij daarentegen geheel toegeven aan zijn streven naar een maximale waarde van de entropie, dan zou het aantal opgenomen quanta steeds toenemen. Het compromis (de evenwichtstoestand) ligt, bij constante waarden van het volume en de temperatuur, volgens I daar waar de vrije energie van Helmholtz minimaal is, dus waar

$$\frac{\mathrm{d}F(q)}{\mathrm{d}q} = 0.$$

Hieruit volgt, in verband met formule (III, 4):

$$h\nu - kT\ln\frac{q+3N}{q} = 0$$

of, na herleiding:

$$q = \frac{3N}{\mathrm{e}^{h\nu/kT}-1}. \quad \ldots\ldots \quad \text{(III, 5)}$$

De warmtecapaciteit bij constant volume wordt gegeven door:

$$c_v = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}T} = \frac{\mathrm{d}(qh\nu)}{\mathrm{d}T}.$$

Invullen van q volgens (III, 5) levert de gezochte relatie:

$$c_v = 3\,kN\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{\mathrm{e}^{h\nu/kT}}{(\mathrm{e}^{h\nu/kT}-1)^2}. \quad \text{(III, 6)}$$

Deze formule werd reeds in 1907 door Einstein afgeleid. Voor het met de temperatuur variërende deel van de inwendige energie kunnen we volgens (III, 2) en (III, 5) schrijven:

$$U = \frac{3Nh\nu}{\mathrm{e}^{h\nu/kT}-1}. \quad \ldots\ldots \quad \text{(III, 7)}$$

Is kT zeer veel groter dan $h\nu$, dan is:

$$\mathrm{e}^{h\nu/kT} \approx 1 + h\nu/kT$$

en dus

$$U \approx 3NkT,$$

$$c_v \approx 3Nk.$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Bij relatief hoge temperaturen bereikt de warmtecapaciteit van een Einstein vaste stof dus een constante waarde, die niet alleen onafhankelijk van de temperatuur, maar ook onafhankelijk van ν is. Zou deze geschematiseerde vaste stof het gedrag van echte (elementaire) vaste stoffen weergeven, dan zouden deze bij niet te lage temperaturen alle dezelfde soortelijke warmte per gramatoom moeten hebben. Deze zou bedragen $c_v = 3N_0k = 3R$, waarin N_0 het getal van Avogadro en R de gasconstante is. Volgens de experimentele wet van Dulong en Petit hebben vele elementaire vaste stoffen bij niet te lage temperatuur inderdaad een constante soortelijke warmte van circa 6 cal per graad per gramatoom (R = ca. 2 cal per graad). Eveneens in overeenstemming met de ervaring eist formule (III, 6) dat c_v bij dalende temperatuur ten slotte tot nul nadert als de temperatuur lager en lager wordt; vgl. *fig. 1*, waarin het door formule (III, 6) gegeven verband tussen c_v/R en $kT/h\nu$ is weergegeven.

Fig. 1. c_v/R als functie van $kT/h\nu$ voor een Einstein vaste stof (formule (III, 6)).

In eerste benadering geeft de formule van Einstein het thermische gedrag van de beschouwde vaste stoffen dus goed weer. Het gedetailleerde verloop van de experimentele $c_v(T)$-krommen klopt echter niet met de formule. De grootste afwijkingen treden op bij zeer lage temperaturen. De oorzaak is dat in werkelijkheid een kristal niet kan worden opgevat als een verzameling van nagenoeg onafhankelijke oscillatoren van gelijke frequentie. Een kristal heeft een groot aantal trillingsmogelijkheden van zeer uiteenlopende frequentie; deze vibraties kunnen niet als trillingen van individuele atomen worden opgevat maar behoren tot het rooster in zijn geheel: zij kunnen als staande golven worden beschouwd. Een theorie die op dit inzicht is gebaseerd en die beter in overeenstemming is met de experimenten, werd door Debye opgesteld. Wij gaan op deze theorie niet in, omdat zij, van zuiver thermodynamisch standpunt beschouwd, hier geen nieuwe gezichtspunten oplevert. Wel vermelden wij één van haar consequenties, die in zeer goede overeenstemming met de experimenten is: bij lage temperaturen geldt voor de vibraties in een vaste stof de wet van Stefan-Boltzmann (zie II), volgens welke de energie evenredig met T^4 en derhalve de soortelijke warmte evenredig met T^3 is. De oorzaak hiervan is, dat men zowel de straling in een holle ruimte als de trillingen in een vaste stof als een uitgebreid spectrum van eigentrillingen kan beschouwen. Weliswaar heeft de holle ruimte oneindig veel eigentrillingen, terwijl het aantal eigentrillingen bij de vaste stof door het aantal atomen N wordt beperkt (het bedraagt $3N$). Bij lage temperaturen echter is dit verschil irrelevant, aangezien de hoogfrequente trillingen dan volgens de quantumtheorie toch geen rol spelen.

Zojuist hebben we geconstateerd dat een vaste stof slechts in ruwe benadering als een verzameling van onafhankelijke oscillatoren van gelijke frequentie kan worden beschouwd. Een twee- of meeratomig gas daarentegen beantwoordt op zeer bevredigende wijze aan dit model. Zo kan in een gas van tweeatomige moleculen elk molecuul trillingen uitvoeren, waarbij de atomen zich langs hun verbindingslijn ten opzichte van elkaar bewegen. Een uitwisseling van energie komt door de onderlinge botsingen der gasmoleculen tot stand. Overigens vinden de trillingen onafhankelijk van elkaar plaats. Formule (III, 6) is daarom na het schrappen van de factor 3 met aanzienlijk grotere nauwkeurigheid van toepassing op de vibraties van een tweeatomig gas dan op die van een vaste stof.

De volgens bovenstaand schema berekende soortelijke warmten stellen ons in staat de in het begin van II gegeven berekeningen van chemische evenwichten zodanig te corrigeren dat zij ook bij zeer hoge temperaturen bruikbaar zijn.

Vacatures en diffusie in vaste stoffen

Bij vele processen die in vaste stoffen kunnen verlopen, speelt de diffusie der atomen een belangrijke rol. Vooral de diffusie in metalen en legeringen is de laatste tientallen jaren uitvoerig bestudeerd. Hierbij is gebleken dat de aanwezigheid van onvolmaaktheden in het periodieke kristalrooster, speciaal die van onbezette roosterplaatsen of extra atomen, een onmisbare voorwaarde is voor het optreden van diffusie.

Zoals wij in het voorgaande bij de bespreking van een Einstein vaste stof gezien hebben, worden de trillingen der atomen om hun evenwichtsposities bij stijgende temperatuur steeds heftiger. Reeds voor

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

het smeltpunt bereikt is, zal een fractie van de atomen voldoende energie bezitten om hun roosterplaats geheel te verlaten. In het algemeen vormen deze atomen nieuwe roostervlakken aan de buitenzijde van het kristal, aangezien de ruimten tussen de andere atomen, de zg. interstities, te klein zijn om hen te herbergen. In dit geval moeten de opengekomen plaatsen (de „vacatures") in de grenslaag hun oorsprong vinden. Men stelt zich voor dat enkele atomen in de grenslaag hun oorspronkelijke posities verlaten en nieuwe plaatsen op het oppervlak gaan innemen (*fig. 2*). Atomen uit dieper liggende lagen kunnen vervolgens in de ontstane

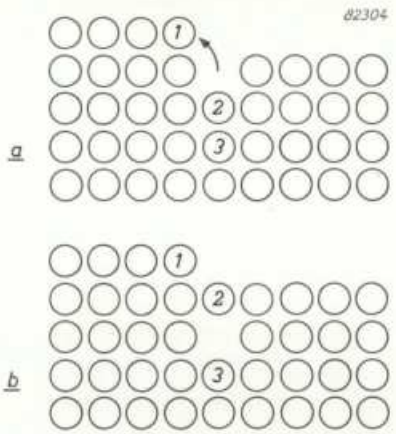


Fig. 2. Men stelt zich voor dat vacatures in een vaste stof in de regel aan het buitenoppervlak ontstaan (*a*) en vervolgens naar binnen diffunderen (*b*), hetgeen op hetzelfde neerkomt als het naar buiten (naar een nieuwe atoomlaag) diffunderen van atomen (*1*, *2*, *3*).

vacatures springen, enz. We kunnen kortheidshalve even goed zeggen dat de vacatures aan het oppervlak ontstaan en vervolgens naar binnen diffunderen.

Dat zelfs in de evenwichtstoestand onvolmaaktheden in het rooster moeten ontstaan bij hoge temperatuur, berust op de toeneming van de entropie die hiermee gepaard gaat. Zien wij af van de uiterst kleine macroscopische volumeveranderingen die bij de vorming der vacatures optreden, dan kunnen wij zeggen dat zich bij een bepaalde temperatuur T zo lang vacatures zullen vormen tot de vrije energie van Helmholtz, $F = U - TS$, minimaal is. Hoewel, met andere woorden, door het introduceren van vacatures de inwendige energie U met een bedrag ΔU zal stijgen, kan hierbij onder bepaalde omstandigheden toch de waarde van de vrije energie dalen, en wel indien $T\Delta S > \Delta U$.

Kennen wij de energie, ε, die nodig is om een vacature te vormen, dan kunnen we het percentage vacatures voor elke temperatuur berekenen. We laten hieronder zien hoe dit gaat.

Gaat een ideaal kristal van N atomen in een gestoorde toestand met n vacatures over, dan wordt de hiermee gepaard gaande toeneming van de entropie, $\Delta S = k \ln m$, gegeven door het aantal verschillende manieren, m, waarop men N gelijke atomen in een rooster met $(N + n)$ beschikbare plaatsen kan onderbrengen. Dit aantal is

$$m = \frac{(N+n)!}{N!\,n!} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III, 8)}$$

Gebruik makende van de formule van Stirling in de benadering (I, 3) vinden we:

$$\Delta S = k\{(N+n)\ln(N+n) - N\ln N - n\ln n\}.$$

Zolang de concentratie van de vacatures zo klein is dat de wisselwerking ertussen verwaarloosd kan worden, wordt de toeneming van de energie gegeven door $\Delta U = n\varepsilon$ en dus de verandering van de vrije energie door

$$\Delta F = \Delta U - T\Delta S = \\ = n\varepsilon - kT\{(N+n)\ln(N+n) - N\ln N - n\ln n\}. \quad \text{(III, 9)}$$

In de evenwichtstoestand is de vrije energie minimaal; dus $\partial F/\partial n = 0$, of, in verband met (III, 9):

$$\varepsilon - kT\{\ln(N+n) - \ln n\} = 0,$$

$$\frac{n}{N+n} = e^{-\varepsilon/kT}.$$

Aangezien we n ten opzichte van N kunnen verwaarlozen, wordt dit:

$$\frac{n}{N} = e^{-\varepsilon/kT} = e^{-E/RT}, \quad . \quad . \quad \text{(III, 10)}$$

waarin E de energie is die vereist wordt om $6{\cdot}10^{23}$ (getal van Avogadro) vacatures te maken. Volgens berekeningen van Huntington en Seitz [3]) heeft ε voor koper ongeveer de waarde 1 electronvolt, dwz. $E \approx 23\,000$ cal per „gramatoom gaten". Voor 1000 °K is dus:

$$\frac{n}{N} = e^{-23\,000/2000} = 10^{-5}.$$

In dit geval zou er dus één op elke honderdduizend roosterplaatsen onbezet zijn. Dit correspondeert met een gemiddelde afstand tussen naburige vacatures van enkele tientallen atoomafstanden.

Met de extra bijdrage tot de inwendige energie, die op de vorming van vacatures berust, correspondeert een extra bijdrage tot de soortelijke warmte, gegeven door:

$$\frac{d\Delta U}{dT} = \frac{dn\varepsilon}{dT} = \frac{d(N\varepsilon e^{-\varepsilon/kT})}{dT} = R\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2 e^{-\varepsilon/kT} \text{ per gramatoom.}$$

[3]) H. B. Huntington en F. Seitz, Phys. Rev. **61**, 315-325, 1942.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

In het bovenstaande is ondersteld dat de toeneming van de entropie bij het overgaan van de ideale naar de gestoorde groepering uitsluitend berust op het aantal mogelijke rangschikkingen m, gegeven door formule (III, 8). In werkelijkheid veranderen ook de vibratiefrequenties van de atomen rondom de vacatures, hetgeen een bijdrage tot de entropie levert. Men kan dit als volgt inzien. Een buuratoom van een vacature is zwakker gebonden dan een atoom dat uitsluitend soortgenoten als buren heeft. Het zal daardoor, althans in de richting van de vacature, een lagere vibratiefrequentie hebben. Aangezien voor een Einstein vaste stof volgens de formules (III, 3) en (III, 5) geldt:

$$S \approx 3\,Nk \ln \frac{kT}{h\nu} \quad \text{voor } kT \gg h\nu, \quad \text{(III, 11)}$$

veroorzaakt de invoering der vacatures niet alleen de uit (III, 8) berekende toeneming van de entropie, maar bovendien een stijging van de vibratie-entropie. De concentratie der vacatures kan daardoor aanzienlijk groter zijn dan hierboven werd berekend.

Bij hoge temperaturen bewegen de vacatures zich op willekeurige wijze door het rooster. Een verplaatsing van een vacature over één atoomafstand komt tot stand als een aangrenzend atoom erin springt. Voor een sprong is ten minste een bepaalde energie q, de zg. activeringsenergie, vereist, welke in het algemeen groot zal zijn ten opzichte van de gemiddelde energie der atomen. De fractie van de atomen die ten minste de activeringsenergie q bezitten, wordt gegeven door:

$$f = e^{-q/kT} = e^{-Q/RT},$$

waarin $Q = N_0 q$ de „activeringsenergie per gramatoom" is. De diffusieconstante D der *vacatures* zal bij benadering evenredig zijn met deze factor:

$$D = D_0\, e^{-Q/RT}, \quad \text{(III, 12)}$$

waarin D_0 een niet of slechts weinig van de temperatuur afhangende constante is.

Wat ons echter vooral interesseert, is veelal niet de diffusie der vacatures, maar die van de atomen van het zuivere metaal, de zg. zelfdiffusie, of van bepaalde op roosterplaatsen ingebouwde (zg. substitutioneel ingebouwde) vreemde atomen.

De zelfdiffusie kan met behulp van bepaalde radioactieve isotopen van de atomen van het zuivere metaal worden bestudeerd. De diffusieconstante hiervoor moet kleiner zijn dan die der gaten, omdat de atomen slechts kunnen springen op de momenten dat zij toevallig een vacature als buur hebben. Het aantal malen per seconde dat dit het geval is, is evenredig met de diffusieconstante der vacatures en met hun relatieve aantal, dus met (III, 12) en (III, 10).

De gezochte diffusiecoëfficient zal volgens deze redenering worden gegeven door een uitdrukking van de gedaante:

$$D = D_0'\, e^{-Q/RT}\, e^{-E/RT}$$

of

$$D = D_0'\, e^{-W/RT}, \quad \text{(III, 13)}$$

waarin

$$W = Q + E \quad \text{(III, 14)}$$

en D_0' een niet of weinig van de temperatuur afhankelijke constante is.

Het voorgaande geldt ook voor substitutioneel opgeloste atomen mits deze in eigenschappen en grootte zo weinig van de atomen van het oplosmiddel verschillen, dat de vacatures geen voorkeur hebben voor één der beide atoomsoorten en dat de voor het springen vereiste activeringsenergie voor beide dezelfde is.

Legeringen

Mengentropie en mengenergie

Metaallegeringen spelen in de techniek en in het dagelijkse leven een zeer belangrijke rol. Men kan een enorm aantal verschillende legeringen met zeer uiteenlopende eigenschappen vervaardigen, doordat men over vele variatiemogelijkheden beschikt: Men kan de tientallen metallische elementen op vele wijzen combineren tot binaire, ternaire, enz. legeringen, men kan de relatieve hoeveelheden in een reeds gekozen combinatie variëren en men kan een eenmaal vervaardigde legering aan zeer uiteenlopende thermische en mechanische behandelingen onderwerpen.

Het centrale probleem in de legeringskunde is dat van de mengbaarheid der verschillende metalen, speciaal de mengbaarheid in de vaste toestand. Beperken we ons tot legeringen van twee metalen (binaire legeringen), dan kunnen we constateren dat de meeste metaalparen in elke mengverhouding één homogeen mengsel vormen in de *vloeibare* toestand, terwijl in de vaste toestand juist de beperkte mengbaarheid overheerst. Mengbaarheid in alle verhoudingen kan hier slechts optreden indien beide metalen dezelfde kristalstructuur hebben en indien hun atomen in grootte en electronenconfiguratie slechts betrekkelijk weinig van elkaar verschillen.

De homogene menging gaat in bijna alle gevallen met een toeneming van de entropie gepaard, dwz. zij wordt door het entropie-effect bijna steeds in de hand gewerkt. De ontmenging, de scheiding in twee phasen, kan slechts optreden indien ook de energie bij de homogene menging is toegenomen. Verandert de energie hierbij niet of neemt zij zelfs af, dan is er in de evenwichtstoestand slechts één homogene phase.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

De toeneming van de entropie die bij de homogene menging van twee metalen A en B optreedt, kan weer direct langs statistische weg worden berekend, mits alle configuraties even waarschijnlijk zijn. Hebben we in totaal N metaalatomen, waarvan Nx atomen B en dus $N(1-x)$ atomen A zijn, dan wordt het aantal manieren waarop deze over de N beschikbare roosterplaatsen kunnen worden verdeeld, gegeven door:

$$m = \frac{N!}{(Nx)!\,\{N(1-x)\}!}. \qquad \text{(III, 15)}$$

De toeneming van de entropie bij het mengen, de mengentropie $\Delta S = k \ln m$, wordt dus:

$$\Delta S = Nk\{-x \ln x - (1-x) \ln (1-x)\}. \qquad \text{(III, 16)}$$

Strikt genomen geeft deze uitdrukking slechts de mengentropie bij 0 °K. Nemen wij aan, dat de vibratie-entropie (zie formule III, 11) bij de menging niet of slechts weinig verandert, dan wordt de mengentropie ook bij andere temperaturen door (III, 16) gegeven.

Om een mathematische uitdrukking voor de meng*energie*, ook wel mengwarmte genoemd, af te leiden, gaan we van de sterk vereenvoudigende onderstelling uit dat de inwendige energie bij het absolute nulpunt als de som van de bindingsenergieën van naaste buren kan worden geschreven. In de termen van deze som zullen dus slechts de drie wisselwerkingsenergieën ε_{AA}, ε_{BB} en ε_{AB} tussen buurparen A-A, B-B en A-B optreden [4]). Om de volledige som te kunnen opschrijven, moeten we nog de aantallen der drie soorten buurbindingen kennen.

We geven het aantal naaste buren van een atoom in de legering met het symbool z aan ($z = 8$ voor de kubisch ruimtelijk gecentreerde structuur en $z = 12$ voor de kubisch en hexagonaal dichtst gepakte structuren). Is de verdeling van de atomen A en B over de punten van het rooster willekeurig, dan is de kans om een atoom A in een willekeurig roosterpunt aan te treffen $(1-x)$, en de kans om er een atoom B aan te treffen x. Verder wordt de waarschijnlijkheid om in twee naast elkaar gelegen plaatsen de combinatie A-A aan te treffen, gegeven door $(1-x)^2$, de waarschijnlijkheid van B-B door x^2 en de waarschijnlijkheid van ofwel A-B ofwel B-A door $2x(1-x)$. In totaal zijn er $Nz/2$ „bindingen" tussen de N atomen der legering; in ons geval zijn deze als volgt verdeeld:

$$\frac{Nz}{2}(1-x)^2 \quad \text{bindingen } A\text{-}A,$$

$$\frac{Nz}{2}x^2 \quad \text{bindingen } B\text{-}B,$$

$$Nz\,x(1-x) \quad \text{bindingen } A\text{-}B.$$

De energie van de legering wordt dus bij 0 °K gegeven door:

$$U_{AB} = \frac{Nz\varepsilon_{AA}}{2}(1-x)^2 + \frac{Nz\varepsilon_{BB}}{2}x^2 + Nz\varepsilon_{AB}x(1-x). \qquad \text{(III, 17)}$$

Voor zuiver A ($x = 0$) geeft de formule:

$$U_{AA} = \frac{Nz\,\varepsilon_{AA}}{2};$$

voor zuiver B ($x = 1$):

$$U_{BB} = \frac{Nz\varepsilon_{BB}}{2}.$$

Voor het heterogene mengsel der zuivere metalen wordt de inwendige energie dus gegeven door:

$$\frac{Nz\varepsilon_{AA}}{2}(1-x) + \frac{Nz\varepsilon_{BB}}{2}x. \qquad \text{(III, 18)}$$

De mengenergie bij 0 °K wordt gegeven door het verschil tussen (III, 17) en (III, 18):

$$\Delta U = x(1-x)\,Nz\left\{\varepsilon_{AB} - \frac{\varepsilon_{AA}+\varepsilon_{BB}}{2}\right\}. \qquad \text{(III, 19)}$$

De vibratie-energie zal bij het mengen in het algemeen niet veel invloed hebben, zodat we (III, 19) ook bij hogere temperaturen kunnen gebruiken.

Aangezien $x(1-x)Nz$ steeds positief is, wordt het teken van ΔU door dat van $\varepsilon_{AB} - \frac{1}{2}(\varepsilon_{AA}+\varepsilon_{BB})$ gegeven.

Oplossing, ordening, ontmenging en precipitatie

Is in het voorgaande ε_{AB} gelijk aan het gemiddelde van ε_{AA} en ε_{BB} (hetgeen wel nooit exact het geval zal zijn), dan is $\Delta U = 0$. Er is geen enkele energetische voorkeur voor een bepaalde binding en het entropie-effect heeft een homogene vermenging in de evenwichtstoestand ten gevolge.

Is ε_{AB} sterker negatief dan het gemiddelde van ε_{AA} en ε_{BB}, dan is ΔU negatief. In dit geval trekken atomen A en B elkaar sterker aan dan hun naamgenoten. Er komt warmte vrij bij het mengen. Het entropie-effect wordt hier gesteund door het energie-effect en evenals in het voorgaande geval is de homogene oplossing de thermodynamisch stabiele toe-

[4]) We zouden ten slotte dezelfde — nog af te leiden — formule (III, 19) vinden indien we ook de wisselwerking tussen *verder* uiteen gelegen paren in aanmerking zouden nemen. De energieën ε_{AA}, ε_{BB} en ε_{AB} zouden dan sommen van wisselwerkingsenergieën tussen paren A-A, B-B en A-B voorstellen. De formule zou pas principieel anders worden indien we de wisselwerking tussen bijv. drietallen of viertallen zouden beschouwen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

stand. In tegenstelling met het voorgaande geval treedt hier echter bij geschikt gekozen mengverhoudingen een neiging tot ordening op, waarbij elk atoom A zich met zoveel mogelijk B's en elke B met zoveel mogelijk A's wil omringen. Aan deze neiging kan worden toegegeven bij temperaturen die zo laag zijn dat de absolute waarde van $\varepsilon_{AB} - \frac{1}{2}(\varepsilon_{AA} + \varepsilon_{BB})$ groot is ten opzichte van kT, mits dit reeds het geval is bij waarden van T waarbij nog een merkbare diffusie optreedt.

Een typisch voorbeeld van een legering waarin ordening optreedt, is β-messing. Deze phase treedt in het systeem koper-zink op. Haar stabiliteitsgebied strekt zich uit van ongeveer 40 tot 50 % zink. Zij heeft een kubisch ruimtelijk gecentreerde structuur. Bij hoge temperaturen heeft het entropie-effect de overhand, zodat de koper- en zinkatomen volkomen onordelijk over de punten van het rooster zijn verdeeld. Bij lage temperaturen (beneden ca. 450 °C) krijgt het energie-effect de overhand, waardoor ordening optreedt. Hierbij omringt elk zinkatoom zich, globaal gesproken, met acht koperatomen en elk koperatoom met acht zinkatomen (*fig. 3*). Men duidt de geordende phase met β'-messing aan.

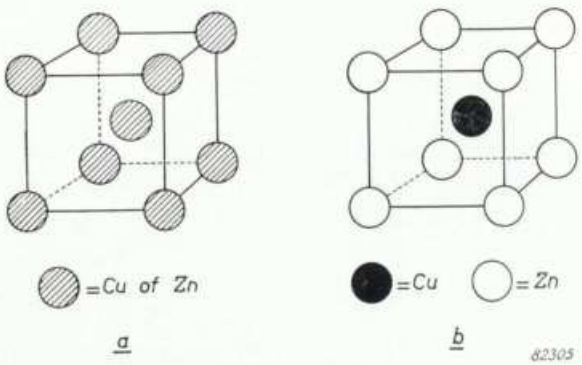


Fig. 3. De elementaire cel van messing bij een samenstelling 50% Cu + 50% Zn.
a) Bij hoge temperatuur (β-messing) zijn de atomen willekeurig over de roosterpunten verdeeld.
b) Bij lage temperatuur (β'-messing) zijn de atomen geordend, aangezien dit energetisch gunstiger is.

Is ε_{AB} minder sterk negatief dan het gemiddelde van ε_{AA} en ε_{BB}, dan is ΔU positief. Gelijke atomen trekken elkaar in dit geval sterker aan dan ongelijke. De energie stijgt bij isotherm mengen, dwz. er wordt hierbij warmte opgenomen. Het entropie-effect werkt menging, het energie-effect ontmenging in de hand. Bij lage temperaturen heeft het laatste de overhand en bestaat het systeem uit twee phasen: vrijwel zuiver A en vrijwel zuiver B. Het entropie-effect echter heeft stijgende onderlinge oplosbaarheden bij stijgende temperatuur ten gevolge. Voor een systeem dat aan de voorwaarden van de vorige

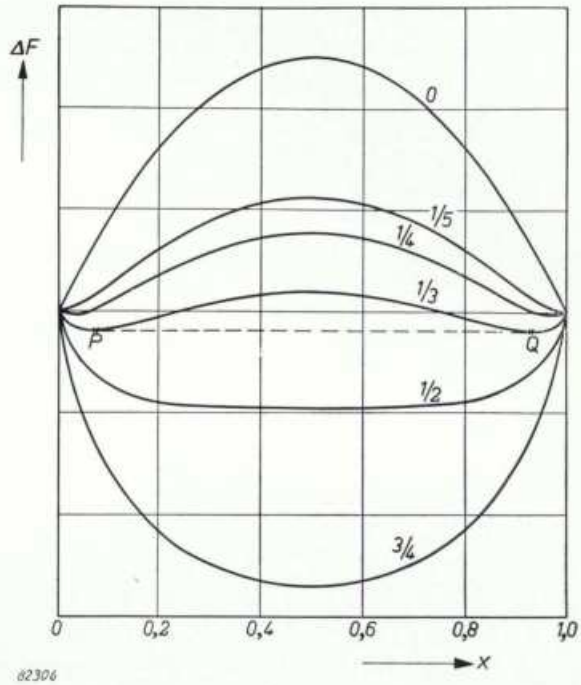


Fig. 4. Vrije mengenergie, ΔF, volgens formules (III, 20) en (III, 21), als functie van de mengverhouding x voor verschillende waarden van kT/C. Bij lage temperaturen treedt ontmenging op, aangezien dit energetisch gunstiger is. Voor een bepaalde temperatuur worden de samenstellingen der twee coëxisterende phasen gegeven door de raakpunten P en Q van de (gestippelde) dubbele raaklijn aan de getrokken ΔF-kromme.

paragraaf voldoet, kunnen we de onderlinge oplosbaarheid als functie van de temperatuur berekenen.

De toeneming van de vrije energie bij het homogene mengen wordt volgens (III, 16) en (III, 19) gegeven door [5])

$$\Delta F = NCx(1-x) + NkT\{x\ln x + (1-x)\ln(1-x)\}, \quad \text{(III, 20)}$$

waarin

$$C = z\left\{\varepsilon_{AB} - \frac{\varepsilon_{AA} + \varepsilon_{BB}}{2}\right\}. \quad \text{(III, 21)}$$

Fig. 4 geeft ΔF als functie van x voor verschillende waarden van de verhouding kT/C. De kromme voor $T = 0$ ($kT/C = 0$) is natuurlijk identiek met de ΔU-kromme.

De ΔF-krommen vertonen in een groot temperatuurgebied twee minima, die elkaar bij stijgende temperatuur steeds meer naderen. De ΔF-krommen zijn volkomen symmetrisch ten opzichte van de verticale as $x = 0{,}5$, hetgeen natuurlijk veroorzaakt

[5]) Het zal duidelijk zijn dat de uitdrukkingen (III, 20), (III, 21) eigenlijk slechts gerechtvaardigd zijn voor kleine waarden van C/kT. Immers, wanneer C van nul verschilt, zal terstond enige ordening optreden, waardoor de mengentropie kleiner wordt dan voor een willekeurige verdeling wordt berekend, terwijl de mengenergie eveneens verandert.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

wordt door het gelijkwaardig optreden van x en $(1-x)$ in (III, 20). De dubbele raaklijn PQ aan een ΔF-kromme loopt derhalve evenwijdig aan de x-as. In de evenwichtstoestand is de vrije energie minimaal; dit wil zeggen dat de homogene mengsels weergegeven door de takken van een kromme die links van P en rechts van Q zijn gelegen, stabiel zijn. Daarentegen heeft het tussen P en Q gelegen deel van een ΔF-kromme op niet-stabiele homogene mengsels betrekking. Door splitsing in twee phasen van de samenstellingen P en Q kan de vrije energie van een homogene legering nl. tot een punt op de rechte PQ dalen. De punten P en Q geven dus de gezochte oplosbaarheden. Wij vinden de ligging dezer punten door de eerste afgeleide van (III, 20) gelijk aan nul te stellen:

$$\frac{\mathrm{d}(\Delta F)}{\mathrm{d}x} = NC\,(1-2x) + NkT\left\{\ln x - \ln (1-x)\right\}' = 0, \qquad \text{(III, 22)}$$

waaruit volgt:

$$\frac{x}{1-x} = \mathrm{e}^{-C(1-2x)/kT}. \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III, 23)}$$

Voor het construeren van de kromme die de oplosbaarheid geeft als functie van de temperatuur, is het eenvoudiger het verband tussen x en T in de vorm

$$T = \frac{C}{k}\,\frac{(1-2x)}{\ln\left\{(1-x)/x\right\}'}. \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III, 24)}$$

te schrijven. *Fig.* 5 geeft de oplosbaarheidskromme volgens (III, 23) resp. (III, 24).

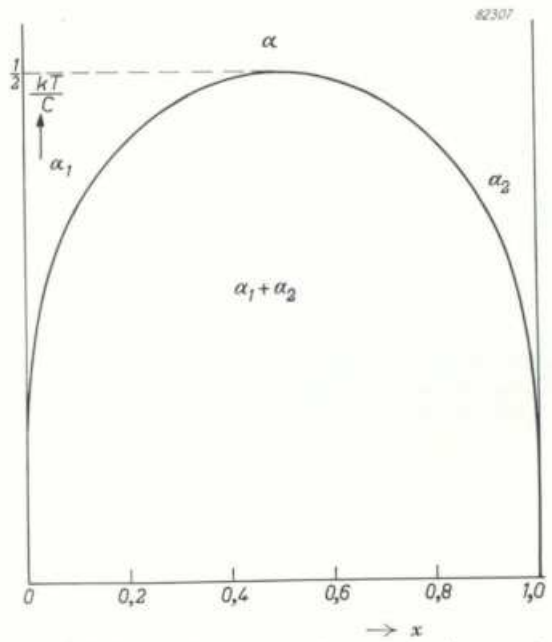


Fig. 5. Oplosbaarheidskromme (ontmengingskromme) volgens (III, 20) en (III, 21), welke het verband tussen de samenstelling (P en Q in fig. 4) der coëxisterende phasen α_1, α_2 en kT/C geeft.

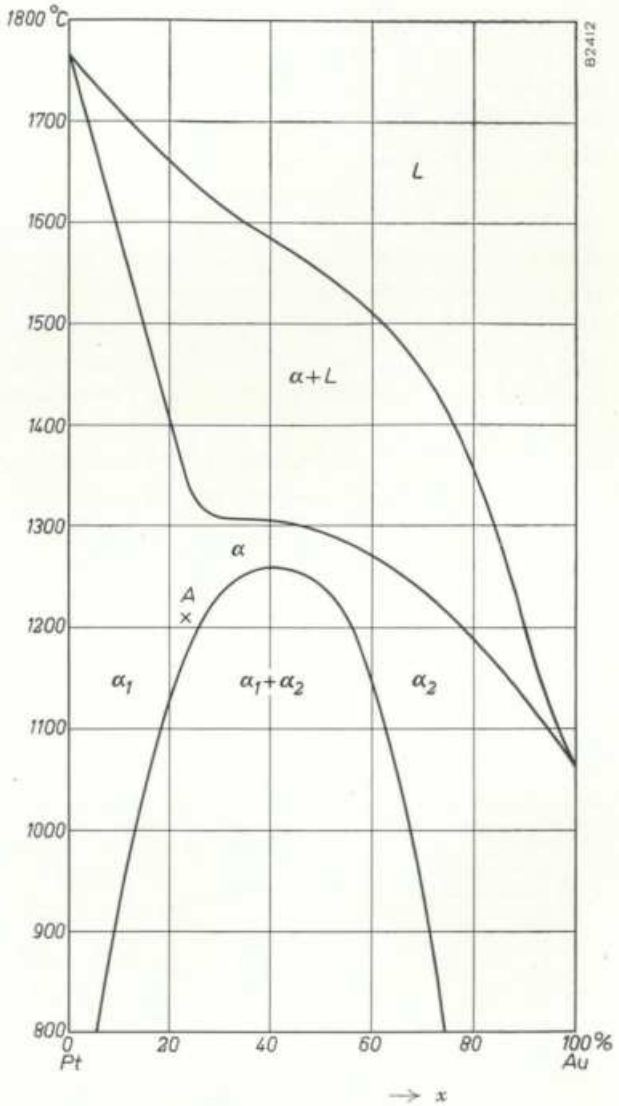


Fig. 6. Toestandsdiagram van het systeem platina-goud, waarin in de vaste toestand een volledige kromme van het type van fig. 5 optreedt. α, α_1 en α_2 duiden vaste phasen aan; L slaat op de vloeistofphase.

Zoals men ziet, treedt boven een bepaalde temperatuur een volledige mengbaarheid op. We vinden deze „kritische" temperatuur als volgt. Een ΔF-kromme met twee minima heeft ook twee buigpunten. Voor deze punten geldt:

$$\frac{\mathrm{d}^2(\Delta F)}{\mathrm{d}x^2} = -2\,NC + NkT\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right) = 0,$$

$$2C = kT\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right). \quad . \quad . \quad \text{(III, 25)}$$

Bij stijgende temperaturen komen de buigpunten steeds dichter bij elkaar, om ten slotte samen te vallen bij $x = \frac{1}{2}$ als de kritische temperatuur, T_k, is bereikt. Uit (III, 25) volgt dus:

$$T_k = \frac{C}{2k}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(III, 26)}$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Werkelijke oplosbaarheidskrommen hebben nooit de symmetrische vorm van fig. 5. Dit berust in hoofdzaak daarop dat het nooit exact juist is de energie als de som van uitsluitend wisselwerkingen tussen paren te schrijven [4]).

Een volledige ontmengingskromme, in de zin van het voorgaande, treedt bijv. in het systeem platina-goud op (zie *fig. 6*). In de meeste gevallen van binaire systemen met een positieve waarde van ΔU, treden echter lang voor het bereiken van de kritische mengtemperatuur smeltverschijnselen op. Een voorbeeld hiervan wordt geleverd door het systeem zilver-koper (*fig. 7*).

Van de dalende oplosbaarheid bij dalende temperatuur, die in de systemen van het besproken type optreedt, wordt vaak technisch gebruik gemaakt om legeringen door „precipitatie" te harden. Men koelt hiertoe een legering vanuit het gebied waar ze homogeen is (bijv. van punt A in fig. 6-7) snel af tot een temperatuur waarbij ze in de evenwichtstoestand tweephasig is en waarbij nagenoeg geen diffusie optreedt. Door het snelle koelen kan de door de thermodynamica vereiste ontmenging niet optreden en er wordt een oververzadigde homogene oplossing verkregen. Door de legering vervolgens op een geschikte, niet te hoge, temperatuur te verwarmen, leidt men een begin van ontmenging in, welke met een aanzienlijke stijging van de hardheid gepaard gaat.

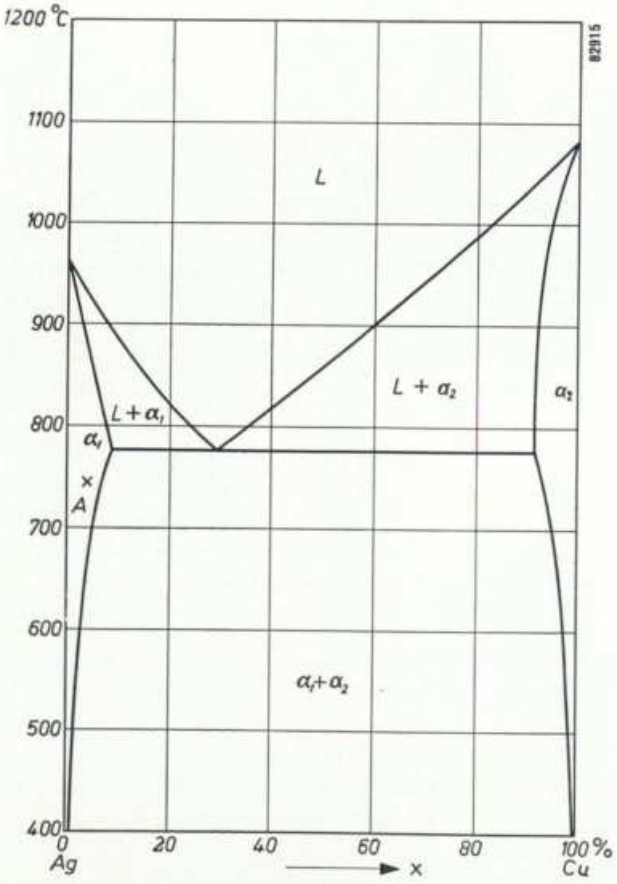


Fig. 7. Toestandsdiagram van het systeem zilver-koper. Hier treden lang voor het bereiken van de kritische mengtemperatuur smeltverschijnselen op.

Rubberelasticiteit

Rubber en rubberachtige materialen behoren tot de zg. macromoleculaire stoffen. Hun moleculen hebben de vorm van lange ketens, waarin een uit betrekkelijk weinig atomen bestaande schakel (de zg. monomere groep) zich vele honderden malen herhaalt. De monomere groepen zijn door echte chemische bindingen aan elkaar gebonden. Toch bezitten de atomen in deze moleculen vaak een zekere beweeglijkheid ten opzichte van elkaar in die zin, dat de ene binding om de andere kan roteren bij constant blijvende hoek tussen beide. Voor een eenvoudig geval is dit schematisch uitgebeeld in *fig. 8*, waarin de gevulde cirkels ketenatomen aanduiden. Door deze rotatiemogelijkheden kunnen de ketenmoleculen een enorm aantal verschillende vormen aannemen. Tegenover de ene mogelijkheid van het voorkomen in de vorm van een gestrekte keten, staan voor elk molecuul talloze mogelijkheden open om in kromme en kluwenachtige vormen op te treden (zie *fig. 9*).

De entropie van een macromoleculaire stof zal blijkens de in I besproken relatie $S = k \ln m$ (m = aantal microtoestanden) groter zijn wanneer de ketenmoleculen de vorm van willekeurige kluwens hebben, dan wanneer zij gestrekt en parallel gericht zijn. In sommige macromoleculaire stoffen,

Fig. 8. Macromoleculen bezitten vaak een grote flexibiliteit doordat de chemische „bindingen", bij constante valentiehoek, verschillende standen ten opzichte van elkaar kunnen innemen.

bijv. cellulose, is de laatste toestand energetisch zoveel gunstiger dan de eerste, dat het streven naar een maximale waarde van de entropie het aflegt tegen het streven naar een minimale waarde van de energie en in hoofdzaak de geordende (gestrekte) toestand optreedt.

In rubber is het verschil in energie tussen de beide toestanden slechts zeer gering, waardoor het

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

entropie-effect de overhand heeft en de moleculen de kluwenvorm hebben. Door een trekspanning op een rubberstaaf uit te oefenen, kunnen wij de ketens min of meer strekken, waarbij een aanzienlijke verlenging van de gehele staaf optreedt. Bij het

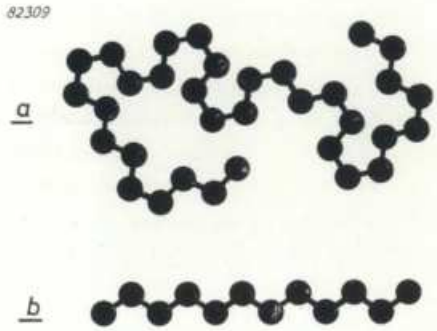


Fig. 9. Een gedeelte van een ketenmolecuul: *a*) willekeurig gekronkeld, *b*) gestrekt. Het geval (*a*) is hier eenvoudigheidshalve in een plat vlak gedacht (evenals in fig. 10).

opheffen van de spanning brengen de thermische bewegingen van de ketendelen de ketens weer in de kluwenachtige, dus verkorte vormen terug. Dat hierbij tevens de gehele staaf weer zijn oorspronkelijke vorm aanneemt, berust op de aanwezigheid van dwarsbindingen tussen de macromoleculaire ketens. Deze komen tot stand bij het zg. vulcaniseren van de rubber, waardoor een wijdmazig netwerk ontstaat (*fig. 10*). In normale gevallen worden door dit proces bijv. 1% van de monomere groepen van dwarsbindingen voorzien.

Enkele merkwaardige thermische eigenschappen van rubber vinden in het voorgaande hun verklaring, bijv. de negatieve uitzettingscoëfficient van sterk gerekte rubber. Het inkrimpen bij stijgende temperatuur en constante belasting berust op de toenemende thermische beweging van de schakels der ketenmoleculen, dwz. op een toeneming van de neiging der moleculen om in de verkorte, kluwenachtige vormen over te gaan. Het onderling parallel gaan liggen van een gedeelte der moleculen bij sterke rek leidt bij natuurrubber tot röntgenografisch te constateren kristallisatieverschijnselen. Bij het opheffen van de belasting „smelten" de kristallijne gedeelten weer.

Bij de thermodynamische behandeling gaan we uit van de eerste hoofdwet

$$\mathrm{d}U = \mathrm{d}Q + \mathrm{d}A\,, \quad . \; . \; . \; (\mathrm{III}, 27)$$

waarin $\mathrm{d}Q$ de aan het beschouwde systeem toegevoerde warmte en $\mathrm{d}A$ de erop verrichte arbeid is. Bestaat het systeem uit een rubberstaaf van de eenheid van doorsnede en de lengte l, dan wordt $\mathrm{d}A$ bij het uitrekken tot de lengte $l + \mathrm{d}l$ (indien we de zeer geringe arbeid verwaarlozen die besteed wordt voor de kleine verandering van het volume) gegeven door:

$$\mathrm{d}A = \sigma\,\mathrm{d}l\,,$$

waarin σ de aangelegde spanning is. Bij een reversibele uitvoering van het rekken is $\mathrm{d}Q = T\mathrm{d}S$ (als S de entropie van de rubberstaaf is); σ is in dat geval de evenwichtswaarde van de spanning. Vergelijking (III, 27) kan nu worden geschreven als:

$$\mathrm{d}U = T\mathrm{d}S + \sigma\,\mathrm{d}l\,. \quad . \; . \; . \; (\mathrm{III}, 28)$$

Bij constante temperatuur geldt dus:

$$\mathrm{d}(U - TS) = \mathrm{d}F = \sigma\,\mathrm{d}l$$

en dus

$$\sigma = \frac{\partial F}{\partial l} = \frac{\partial U}{\partial l} - T\frac{\partial S}{\partial l}. \quad . \; . \; (\mathrm{III}, 29)$$

Voor rubbers blijkt experimenteel dat σ bij een grote, constante verlenging Δl tennaastebij evenredig met de absolute temperatuur T is. Dit bevestigt het hiervoor reeds impliciet gezegde, dat $\partial U/\partial l$ (de toeneming van de inwendige energie met de verlenging, dus met het ontrollen der macromoleculen) voor de besproken klasse van stoffen zeer klein is. Met andere woorden: de elastische kracht berust in ons beeld vrijwel uitsluitend op de afneming van de entropie bij het rekken en practisch niet op daarbij optredende veranderingen van de energie. Bij de meeste vaste stoffen, bijv. metalen, is het omgekeerde het geval. Deze laatste koelen iets af bij adiabatisch-elastisch rekken, terwijl rubber daarbij juist warmer wordt. De verklaring van dit warmer worden ligt gedeeltelijk in het feit dat de totale entropie bij een reversibel-adiabatisch proces, wegens $\mathrm{d}S = \mathrm{d}Q_{\mathrm{rev}}/T$, niet verandert. De afneming van de entropie, corresponderend met de bij het rekken optredende ordening, wordt gecompenseerd door een vergroting van dat deel der entropie

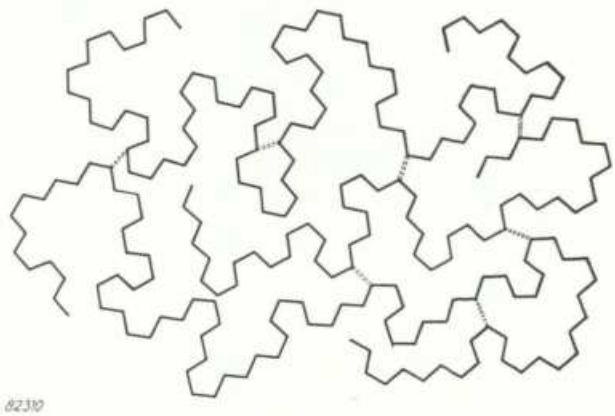


Fig. 10. Bij de vulcanisatie van rubber worden de lange rubbermoleculen (—) door korte dwarsketens (= = =) aan elkaar gebonden. De dwarsketens kunnen bijv. bestaan uit de groep —S—S—.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

dat met de warmtebeweging der moleculen samenhangt (vibratie-entropie); hiermee gaat een verhoging van de temperatuur gepaard.

Het gedrag van een „ideale" rubber, waarvoor $\partial U/\partial l = 0$ en waarvan de elastische kracht als een zuiver entropie-effect kan worden opgevat, is geheel analoog aan dat van een ideaal gas. Voor een reversibele volumeverandering van een willekeurig gas geldt immers:

$$dU = TdS - p\,dV,$$

en dus bij constante temperatuur:

$$d(U - TS) = dF = -p\,dV,$$

$$p = -\frac{\partial F}{\partial V} = -\frac{\partial U}{\partial V} + T\frac{\partial S}{\partial V}.$$

Bij een constant volume blijkt de druk van een gas tennaastebij evenredig te zijn met de absolute temperatuur, dwz. de energie U hangt voor gassen nagenoeg niet af van het volume. We spreken van een ideaal gas als $\partial U/\partial V = 0$. De druk van een dergelijk gas kan dus eveneens als een entropie-effect worden beschreven.

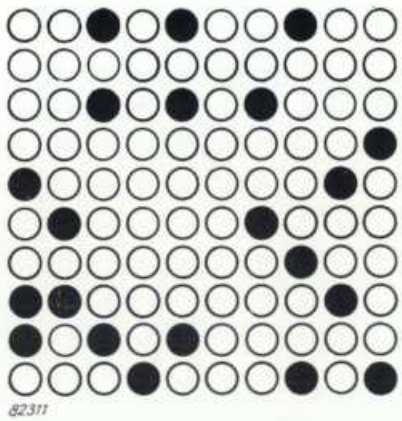
Oplossingen van macromoleculen

Wij hebben hiervoor gezien dat de mengentropie van een homogene vaste legering, voor zover deze afhangt van de configuratie, door formule (III, 16) wordt gegeven. Strikt genomen geldt deze formule slechts voor een mengenergie $\Delta U = 0$. Is $\Delta U \neq 0$, dan bezitten de verschillende configuraties niet meer dezelfde waarschijnlijkheid. In dit geval kan de formule toch nog bij benadering worden gebruikt voor die temperaturen waarvoor kT veel groter is dan $\varepsilon_{AB} - (\varepsilon_{AA} + \varepsilon_{BB})/2$.

In het bovenstaande is nog niet gesproken over eventuele verschillen in grootte tussen de te mengen atomen of moleculen. Voor de besproken *vaste* legeringen was dit ook niet nodig, aangezien twee metalen waarvan de atoomstralen aanzienlijk in grootte verschillen, geen noemenswaardige onderlinge oplosbaarheid vertonen in de vaste toestand. Hetzelfde geldt voor niet-metalen.

Vloeibare homogene mengsels bestaan echter vaak uit moleculen (of atomen) van zeer verschillende grootte. Oplossingen van macromoleculen zijn extreme voorbeelden van dergelijke mengsels. In het onderstaande wordt voor deze oplossingen een benaderende uitdrukking voor de mengentropie afgeleid.

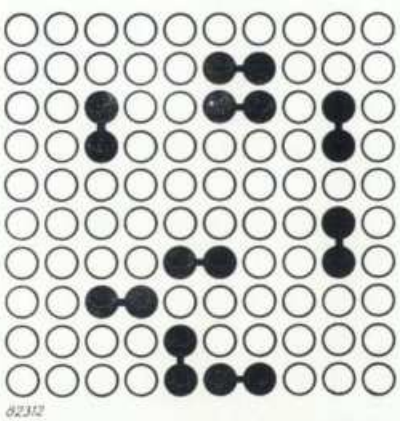
Wij beschouwen eerst een vloeibaar mengsel van moleculen A en B die dezelfde vorm en grootte hebben en die bovendien geen energetische voorkeur voor gelijknamige of ongelijknamige buurmoleculen vertonen ($\Delta U = 0$). In een dergelijk mengsel kan een molecuul A door een molecuul B worden vervangen zonder dat de omgeving van A daar iets van merkt. Zoals uit het onderzoek van vloeistoffen bekend is, verschilt deze omgeving weinig van die in het kristallijne mengsel. De rangschikking is slechts iets minder ordelijk, zodat de orde zich niet, zoals in het kristal, over grote afstanden uitstrekt. Aangezien we in hoofdzaak in de bindingen tussen naaste buren zijn geïnteresseerd, kunnen we bij vloeistoffen van het beschouwde type van een quasikristallijn model gebruik maken (*fig. 11*). Formule (III, 16) is dan op dit model ongewijzigd van toepassing. De formule berust op de onderlinge verwisselbaarheid van de moleculen A en B en op het ontbreken van voorkeursenergieën. Verschillen de



82311

Fig. 11. Schematische voorstelling van een oplossing van moleculen B (zwart) in een vloeistof van moleculen A (wit). De moleculen A en B zijn ongeveer even groot en statistisch over het quasi-rooster verdeeld.

moleculen aanzienlijk in grootte of vorm, dan wordt de mengentropie, zelfs bij een mengenergie $\Delta U = 0$, niet meer door (III, 16) gegeven. Van een directe verwisselbaarheid van moleculen A en B is bijv. geen sprake als de moleculen A bolvormig zijn en één hokje in het schema van fig. 11 beslaan terwijl de moleculen B haltervormig zijn en twee hokjes beslaan (*fig. 12*).



82312

Fig. 12. Schematische voorstelling van een statistische verdeling van haltervormige moleculen B (zwart) in een vloeistof van bolvormige moleculen A (wit). De haltermoleculen bezetten twee aangrenzende punten van het quasi-rooster.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

Het reeds genoemde extreme geval van macromoleculen opgelost in een micromoleculair oplosmiddel, schematiseert men als volgt [6]). Men neemt aan dat een macromolecuul zich gedraagt *alsof* het verdeeld was in een groot aantal beweeglijke segmenten, elk van de grootte van een molecuul van het oplosmiddel. Verder wordt aangenomen, dat elk segment een hokje in het quasi-rooster beslaat, en dat buursegmenten van een keten buurhokjes beslaan (*fig. 13*). Bevat de oplossing N_1 moleculen van het oplosmiddel en N_2 macromoleculen, elk bestaande uit p segmenten, dan zijn er $(N_1 + pN_2)$ hokjes in de zin van fig. 11-13. De volumefracties van de beide componenten worden gegeven door

$$\varphi_1 = \frac{N_1}{N_1 + pN_2}, \quad \varphi_2 = \frac{pN_2}{N_1 + pN_2}. \quad \text{(III, 30)}$$

Een uitdrukking voor de mengentropie, waarin φ_1 en φ_2 een belangrijke rol zullen blijken te spelen,

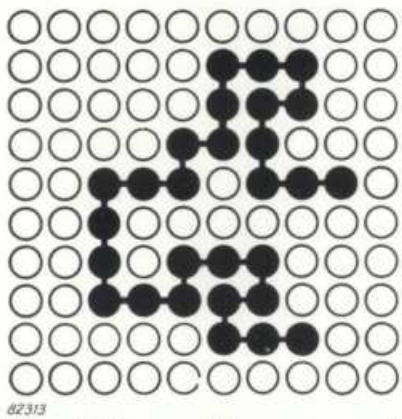


Fig. 13. Schematische voorstelling van een willekeurig gekronkeld macromolecuul (zwart) in de vloeistof waarvan in de onderschriften van fig. 11 en 12 sprake is.

vindt men als volgt. Men gaat uit van de toestand waarin alle $(N_1 + pN_2)$ hokjes leeg zijn. Het eerste segment van het eerste macromolecuul kan dus op $(N_1 + pN_2)$ verschillende manieren geplaatst worden. Heeft men voor dit segment een bepaalde plaatsingskeuze gedaan, dan kan het tweede segment van hetzelfde macromolecuul op z verschillende manieren in het quasi-rooster worden geplaatst, als z het aantal naaste buurhokjes van een hokje is (z = „coördinatiegetal"). Voor de volgende segmenten (het 3^e, 4^e, . . . , p^e) van hetzelfde macromolecuul heeft men telkens $(z-1)$ plaatsingsmogelijkheden, aangezien van de z buurhokjes er reeds één door het vorige segment bezet is. Het eerste macromolecuul kan dus op

$$(N_1 + pN_2)\, z\, (z-1)^{p-2} \quad . \quad \text{(III, 31)}$$

verschillende wijzen worden ondergebracht [7]).

Stel nu dat er reeds $(k-1)$ macromoleculen in het quasirooster zijn ondergebracht. Hoeveel plaatsingsmogelijkheden zijn er dan voor het k^e macromolecuul? Het beginsegment van dit molecuul kan op

$$N_1 + pN_2 - (k-1)\, p = N_1 + p\,(N_2 - k + 1)$$

manieren worden geplaatst. Het tweede segment van het k^e macromolecuul kan niet op z manieren worden geplaatst (zoals bij het eerste macromolecuul), aangezien er een kans bestaat dat één van de hokjes die het beginsegment omringen, reeds door een segment van de $(k-1)$ ondergebrachte macromoleculen is bezet. In redelijke benadering wordt hiermee rekening gehouden door z te vermenigvuldigen met de fractie van het aantal hokjes dat nog vrij is, dus met:

$$\frac{N_1 + p\,(N_2 - k + 1)}{N_1 + pN_2}.$$

Een zelfde reductiefactor kan worden toegepast op elke factor $(z-1)$ voor het aantal wijzen waarop het 3 , 4 , . . . , p^e segment kan worden ondergebracht. Het k^e macromolecuul kan dus op

$$\frac{\{N_1 + p\,(N_2 - k + 1)\}^{\underline{p}}\, z\,(z-1)^{p-2}}{(N_1 + pN_2)^{p-1}} \quad \text{(III, 32)}$$

verschillende wijzen in het rooster worden neergelegd. Voor $k = 1$ gaat deze uitdrukking natuurlijk weer in (III, 31) over. Het totale aantal manieren waarop N_2 onderling onderscheidbare macromoleculen in het rooster kunnen worden geplaatst, wordt gegeven door het product van de N_2 termen (III, 32) die men krijgt door voor k achtereenvolgens de waarden 1, 2, . . , N_2 in te vullen. Aangezien de macromoleculen in het beschouwde geval in werkelijkheid identiek zijn en verwisseling van twee moleculen dus geen nieuwe toestand schept, moet men vervolgens nog door $N_2!$ delen. Voor het totale aantal verschillende rangschikkingen van N_2 identieke macromoleculen over $(N_1 + pN_2)$ hokjes geldt in ons model dus:

$$m = \frac{\{z(z-1)^{p-2}\}^{\underline{N_2}}}{N_2!} \times$$
$$\times \frac{(N_1+pN_2)^p[(N_1+p(N_2-1)]^p \ldots (N_1+p)^p}{(N_1 + pN_2)^{(p-1)N_2}}. \quad \text{(III, 33)}$$

Bij elk van deze rangschikkingen is het aantal resterende hokjes (N_1) nog onbezet. Aangezien we

[6]) Vgl. bijv. P. J. Flory, Principles of polymer chemistry, Cornell University Press, New York 1953.

[7]) Wij hebben hier enkele verwaarlozingen toegepast, waarop wij aan het einde van dit hoofdstuk nog zullen terugkomen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

deze N_1 hokjes bij elke mogelijke rangschikking der macromoleculen op slechts één wijze met moleculen van het oplosmiddel kunnen bezetten, levert de toevoeging van deze moleculen geen bijdrage tot m. Met andere woorden: uitdrukking (III, 33) geeft tevens het aantal mogelijke configuraties m_{12} van het mengsel van N_1 oplosmiddelmoleculen en N_2 macromoleculen. Na enige omvorming vindt men hiervoor:

$$m_{12} = \frac{\{z(z-1)^{p-2}\}^{N_2} p^{N_2}}{N_2!\left(\frac{N_1}{p}+N_2\right)^{(p-1)N_2}} \frac{\left\{\left(\frac{N_1}{p}+N_2\right)!\right\}^p}{\left\{\left(\frac{N_1}{p}\right)!\right\}^p}. \quad \text{(III, 34)}$$

De gezochte mengentropie wordt gegeven door:

$$\Delta S = k \ln m_{12} - k \ln m_1 - k \ln m_2, \quad \text{(III, 35)}$$

waarin m_1 betrekking heeft op het aantal mogelijke rangschikkingen van de N_1 moleculen in het zuivere oplosmiddel (N_1 hokjes) en m_2 op het aantal mogelijke rangschikkingen van de N_2 macromoleculen in de zuivere macromoleculaire stof (pN_2 hokjes). Het is duidelijk dat $m_1 = 1$ en dus $k \ln m_1 = 0$. Voor m_2 geldt dit wegens de vele mogelijkheden van kluwenachtige verstrengeling niet. Neemt men aan dat de macromoleculen zich in onverdunde toestand op analoge wijze gedragen als in de oplossing, dan vindt men m_2 door in (III, 34) $N_1 = 0$ te stellen:

$$m_2 = \frac{\{z(z-1)^{p-2}\}^{N_2} p^{N_2} (N_2!)^p}{N_2!\, N_2^{(p-1)N_2}}. \quad \text{(III, 36)}$$

Uit de laatste drie formules volgt:

$$\Delta S = k \ln \left[\frac{\left\{\left(\frac{N_1}{p}+N_2\right)!\right\}^p}{\left\{\left(\frac{N_1}{p}\right)!\right\}^p \left(N_2!\right)^p} \frac{N_2^{(p-1)N_2}}{\left(\frac{N_1}{p}+N_2\right)^{(p-1)N_2}} \right].$$

Gebruik makend van de formule van Stirling in de benadering (I, 3), vindt men:

$$\Delta S = -k N_1 \ln \frac{N_1}{N_1 + pN_2} - k N_2 \ln \frac{pN_2}{N_1 + pN_2}. \quad \text{(III, 37)}$$

Hadden we in de voorafgaande afleiding de macromoleculen ten onrechte als gelijkwaardig aan de micromoleculen beschouwd, dan zou de oude formule (III, 16) zijn teruggekeerd, die in dezelfde notatie als (III, 37) als volgt luidt:

$$\Delta S = -k N_1 \ln \frac{N_1}{N_1+N_2} - k N_2 \ln \frac{N_2}{N_1+N_2}. \quad \text{(III, 38)}$$

Zij volgt uit (III, 37) door $p = 1$ te stellen.

Hadden we daarentegen de pN_2 segmenten der macromoleculen als losse moleculen beschouwd, dan zouden we de relatie

$$\Delta S = -k N_1 \ln \frac{N_1}{N_1 + pN_2} - kpN_2 \ln \frac{pN_2}{N_1 + pN_2} \quad \text{(III, 39)}$$

hebben verkregen.

Het zal duidelijk zijn dat formule (III, 37) uitkomsten geeft die tussen die van (III, 38) en (III, 39) in zijn gelegen.

Gebruik makende van verg. (III, 30) kunnen we (III, 37) ook schrijven als:

$$\Delta S = -k N_1 \ln \varphi_1 - k N_2 \ln \varphi_2, \quad \text{(III, 40)}$$

waarin $\varphi_2 = 1 - \varphi_1$.

Naar de vorm stemt deze formule dus overeen met de oude formule (III, 16) voor de mengentropie; in plaats van de molfracties x_1 en $x_2 = 1 - x_1$ treden nu echter de volumefracties φ_1 en $\varphi_2 = 1 - \varphi_1$ op.

Uit de afleiding van formule (III, 37) blijkt dat we in (III, 31) een eventuele symmetriefactor mochten verwaarlozen. Deze factor zou nl. zowel in de uitdrukking voor m_{12} als in die voor m_2 optreden, waardoor hij in de uitdrukking voor ΔS toch zou wegvallen (vgl. formule (III, 35)). Ook het feit dat er voor het derde, vierde, . . . , p^e segment van een macromolecuul in een leeg rooster minder dan $(z-1)$ liggingen mogelijk zijn, aangezien een macromolecuul in het algemeen niet volkomen flexibel is en bovendien één of meer van de $(z-1)$ plaatsen reeds door vorige segmenten bezet kunnen zijn, kon om dezelfde reden buiten beschouwing blijven.

Met behulp van formule (III, 37) kan men vele thermodynamische eigenschappen, bijv. de osmotische druk en de ontmengingsverschijnselen, van oplossingen van macromoleculen begrijpen en inzien waarom dergelijke oplossingen van die van normale, micromoleculaire, oplossingen verschillen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

ONTSTEKING VAN „PHOTOFLUX" LAMPEN MET BEHULP VAN EEN CONDENSATOR

door J. A. de VRIEND.

771.448.4:621.319.4

Bij het fotograferen met „Photoflux" lampen is de zg. maximumtijd, die bij het ontsteken optreedt, afhankelijk van in serie met de lamp voorkomende weerstanden. Door ontsteking op hoge spanning wordt deze afhankelijkheid aanzienlijk verminderd. De reeds veelvuldig toegepaste methode van ontsteken met een condensator maakt toepassing van een hoge spanning mogelijk.

Opwarmtijd, maximumtijd en kringweerstand

Een vrij groot percentage van alle fotografische opnamen wordt tegenwoordig gemaakt met behulp van flitslampen, zoals de „Photoflux".

De ontsteking van een „Photoflux" lamp kan op eenvoudige wijze gebeuren door middel van een droge batterij en een schakelaar (*fig. 1*) [1]). Doorgaans wordt als schakelaar een zg. synchrocontact gebruikt, dat meestal in de camera is opgenomen.

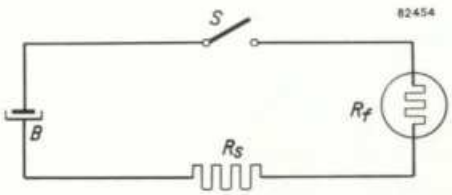


Fig. 1. Ontsteking van een „Photoflux" lamp met een batterij (B). R_f = weerstand van de ontsteekdraad van de lamp, R_s = extra serieweerstand, S = schakelaar.

De maximale lichtuitstraling van de „Photoflux" lamp treedt niet direct na het sluiten van de schakelaar op. Zelfs duurt het een kleine tijd alvorens de lamp enig licht uitzendt; daarna loopt de intensiteit sterk op (*fig. 2*). De tijd t_f welke aan het begin van de lichtuitzending voorafgaat, is nodig om het ontsteekdraadje van de „Photoflux" lamp op temperatuur te brengen, waarna de metaalvulling van de lamp ontbrandt en de lichtuitstraling begint. De tijd vanaf het sluiten van de schakelaar tot het tijdstip van de maximale lichtuitstraling noemt men de maximumtijd (t_m in fig. 2).

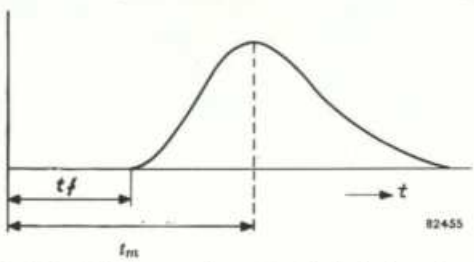


Fig. 2. Na het sluiten van de ontsteekschakelaar duurt het een tijd t_f tot het ontsteekdraadje op temperatuur is gekomen (opwarmtijd), en een tijd t_m tot de lichtemissie zijn maximum bereikt (maximumtijd).

In verband met de camerapractijk, speciaal voor het maken van flitsopnamen in minder dan 1/50 sec, stelt men de eis dat de maximumtijd steeds vrijwel dezelfde waarde heeft [2]), nl. volgens de thans geldende normen 20 milliseconden. Hiertoe is nodig dat de opwarmtijd t_f hoogstens een bepaalde fractie van t_m bedraagt, bijv. $t_f \leqq 0{,}2\ t_m$. Het blijkt nl. dat de „Photoflux" lampen vanaf het moment dat het ontsteekdraadje de ontstekingstemperatuur verkregen heeft, steeds in nagenoeg dezelfde tijd hun maximale lichtuitstraling bereiken. Dit betekent in fig. 2 dat $t_m - t_f$ constant is.

De eis dat t_f niet groter is dan $0{,}2\ t_m$, bepaalt een laagste grens voor het vermogen dat aan het ontsteekdraadje moet worden toegevoerd. Heeft men nu door een of andere oorzaak een grotere totale electrische weerstand in de ontsteekkring, dan wordt het door de batterij aan het ontsteekdraadje afgegeven vermogen kleiner. Bij gevolg wordt de opwarmtijd t_f groter en de mogelijkheid ontstaat dat de toelaatbare waarde van t_f overschreden wordt.

De totale kringweerstand wordt gevormd door de weerstand van het ontsteekdraadje, de inwendige weerstand van de batterij en eventueel extra optredende, min of meer toevallige weerstanden. De weerstand van het ontsteekdraadje heeft een, door de fabricage bepaalde, vaste waarde. De inwendige weerstand van de batterij neemt echter met voortgaande ontlading toe, terwijl extra weerstanden kunnen optreden door vervuiling van schakelaarcontacten en slechte verbindingen. Indien de toevoerleidingen langer dan normaal zijn, treedt ook weerstandsverhoging op.

Door nu aan de schakeling van fig. 1 een condensator met voorschakelweerstand toe te voegen, zoals de laatste jaren meer en meer gebruikelijk is ge-

[1]) Voor een beschrijving van de „Photoflux" lampen zie Philips techn. T. **12**, 189-197, 1950: **15**, 311-315, 1953 (No. 12). Voor algemene orientatie, zie bijv.: G. D. Rieck en L. H. Verbeek, Kunstlicht en Fotografie, Philips Techn. Bibliotheek 1950.

[2]) Zie het eerste in [1]) aangehaalde artikel, pag. 195.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

worden, ontstaan een aantal verbeteringen, waarvan wel de belangrijkste is dat hogere kringweerstanden kunnen worden toegelaten, zonder de toelaatbare opwarmtijd te overschrijden. Aan de hand van een eenvoudige berekening zal het verschil tussen batterij- en condensatorontsteking worden verduidelijkt.

Batterijontsteking

Wij veronderstellen dat in de schakeling volgens fig. 1 het ontsteekdraadje een constante weerstand R_f bezit. Dit is niet geheel juist, daar er een vrij grote temperatuurstijging (dus weerstandsverhoging) optreedt; voor een vergelijking van beide ontsteekmethodes is de onderstelling echter toelaatbaar, terwijl ze de berekening aanmerkelijk vereenvoudigt.

Indien R_i de inwendige weerstand van de batterij voorstelt, R_s een extra serieweerstand, E_b de e.m.k. van de batterij en P_f het vermogen dat aan R_f wordt afgegeven, dan moet gelden:

$$P_f = R_f\left(\frac{E_b}{R_f+R_i+R_s}\right)^2. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

De vraag is nu, hoe groot P_f ten minste moet zijn, om de „Photoflux" lamp nog op tijd te ontsteken.

Als we afzien van warmteverliezen aan de „omgeving", die gedurende de zeer korte opwarmtijd van enkele milliseconden optreden, is het minimale vermogen bepaald door de maximaal toelaatbare opwarmtijd $t_{f\max}$ en de vereiste opwarmenergie Q_f (product van warmtecapaciteit en ontstekingstemperatuur van het ontsteekdraadje):

$$P_f \geqq \frac{Q_f}{t_{f\max}}.$$

Door een zorgvuldige fabricage kan Q_f nagenoeg constant gemaakt worden.

In verband met (1) kan men nu schrijven:

$$E_b \geqq \left(1+\frac{R_i}{R_f}+\frac{R_s}{R_f}\right)\sqrt{\frac{R_f Q_f}{t_{f\max}}}. \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Met de waarden $R_f = 2\ \Omega$, $t_{f\max} = 3{,}5\cdot10^{-3}$ sec en $Q_f = 3{,}5\cdot10^{-3}$ J gaat formule (2) over in:

$$E_b \geqq \tfrac{1}{2}\sqrt{2}\ (2 + R_s + R_i).$$

Dit verband tussen E_b, R_i en R_s is in *fig. 3* getekend. Een batterijspanning van bijv. 4,5 V, met $R_i = 2\ \Omega$, geeft volgens de figuur een maximaal toelaatbare serieweerstand van 2,4 Ω. Bij grotere serieweerstand wordt de maximaal toegelaten opwarmtijd overschreden.

Hoe langer de opwarmtijd wordt, des te meer gaan warmteverliezen aan de omgeving een rol spelen, die op hun beurt t_f nog meer vergroten. In het uiterste geval, bij zeer grote R_s (en/of R_i) zijn deze

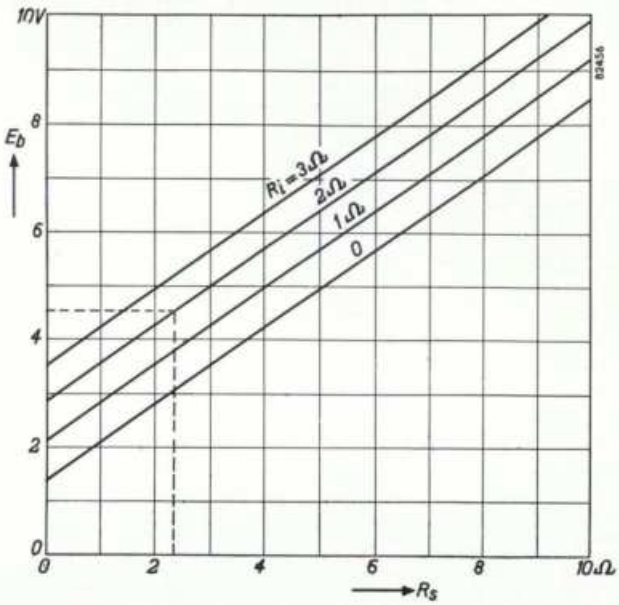


Fig. 3. Berekende waarden van de maximaal toelaatbare serieweerstand R_s als functie van de batterijspanning E_b en de inwendige weerstand R_i, bij batterijontsteking.

verliezen reeds gelijk aan het toegevoerde vermogen voordat het ontsteekdraadje op temperatuur is; de lamp ontsteekt dan in het geheel niet meer.

Om een hogere serieweerstand te kunnen toelaten, moet men volgens fig. 3 E_b verhogen en/of R_i verlagen. Men dient echter te bedenken dat er verband bestaat tussen de e.m.k., de inwendige weerstand en het volume van een batterij. In de practijk blijkt dat een batterij met een e.m.k. van ten hoogste 4,5 V wordt toegepast. Zou men een hogere spanning kiezen, dan wordt òf het volume to groot, òf de inwendige weerstand te hoog. Bovendien neemt R_i bij verder gaande uitputting van de batterij toe. De maximaal toelaatbare extra serieweerstand wordt dus in de loop van de tijd ook nog steeds kleiner.

Batterijontsteking heeft dus wel grote bezwaren. Deze kunnen grotendeels ondervangen worden door een condensator met voorschakelweerstand te gebruiken.

Ontsteking met behulp van een condensater

De schakeling met een condensator C en voorschakelweerstand R_v is in *fig. 4* weergegeven.

De inwendige weerstand van de batterij komt in de ontsteekkring niet voor en heeft derhalve geen nadelige invloed meer op het afgegeven vermogen. Men kan dus nu een batterij met hoge inwendige weerstand kiezen en daardoor wordt het mogelijk, bij een toelaatbaar volume, een hoge spanning toe te passen. Dit betekent dat de extra serieweerstand groter mag zijn.

Een bijkomend voordeel is, dat men een hoge

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

waarde aan de voorschakelweerstand kan geven, zodat de batterij slechts weinig belast wordt, waardoor de levensduur vrijwel even lang is als in onbelaste toestand. De laadstroom van de condensator wordt wel zeer gering, maar dit is geen bezwaar, daar er voor het laden voldoende tijd beschikbaar is (minstens enige seconden).

Aan welke voorwaarden moet nu de ontsteekkring, dus de serieschakeling van R_f, R_s en C, voldoen?

Zijn E_c en E de waarden van de condensatorspanning aan het begin van de ontlading resp. na een ontlaadtijd t, dan geldt:

$$E = E_c\, e^{-\frac{t}{(R_f+R_s)C}}.$$

De begin-energie, $\frac{1}{2}CE_c^2$, van de geladen condensator is in de tijd t verminderd met

$$Q_c = \tfrac{1}{2}C\,(E_c^2 - E^2)\,.$$

Deze energie is gedissipeerd in de weerstanden R_f en R_s, waarbij R_f de fractie $R_f/(R_f + R_s)$ ontvangt. Daar in de maximaal toegelaten opwarmtijd, $t_{f\max}$, ten minste de opwarmenergie Q_f geleverd moet worden, zal dus gelden:

$$\tfrac{1}{2}C\,E_c^2\left[1 - e^{-\frac{2t_{f\max}}{(R_f+R_s)C}}\right]\frac{R_f}{R_f+R_s} \geqq Q_f \quad . \quad (3)$$

Enigszins anders geschreven, en na invulling van de reeds genoemde waarden voor $t_{f\max}$, R_f en Q_f, wordt dit:

$$E_c \geqq \sqrt{\frac{0{,}0035\,(2+R_s)}{C\left(1 - e^{-\frac{0{,}007}{(2+R_s)C}}\right)}}.$$

Dit verband (met het gelijkteken) is in *fig.* 5 grafisch weergegeven.

Uit deze figuur blijkt wel heel duidelijk het voordeel van condensatorontsteking boven batterijontsteking. Men leest bijv. af dat bij een spanning van 22,5 V (d.i. een practische waarde) een serieweerstand van 15,7 Ω kan worden toegelaten indien een condensator van 130 μF gebruikt wordt.

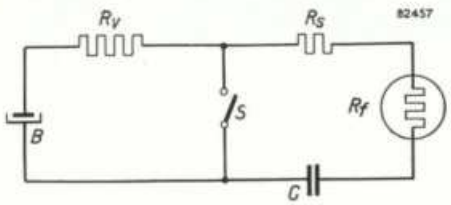


Fig. 4. Ontsteking met behulp van een condensator (C). Deze wordt via de weerstand R_f van de „Photoflux" lamp en de grote voorschakelweerstand R_v met een zeer kleine stroomsterkte geladen. Sluit men de schakelaar S, dan ontlaadt C zich via R_f. R_s is een extra serieweerstand.

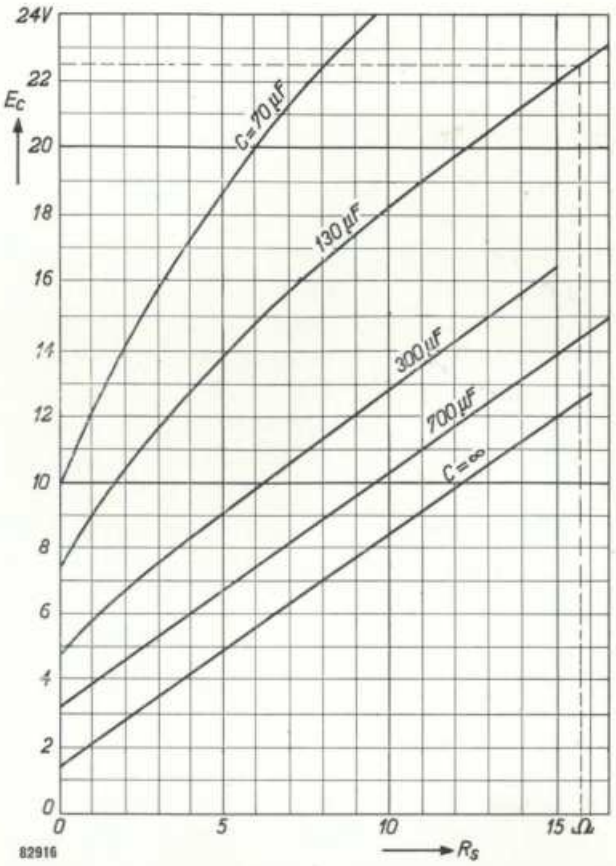


Fig. 5. Berekende waarden van de maximaal toelaatbare serieweerstand R_s als functie van de batterijspanning E_c en de condensatorcapaciteit C, bij condensatorontsteking.

Men ziet ook dat het belangrijk is de capaciteit van de condensator zo groot te kiezen als in verband met de plaatsruimte mogelijk is. Bij 22,5 V en 700 μF stijgt de toelaatbare serieweerstand tot 27 Ω.

Om de grafische voorstelling van formule (3) beter te doorzien, beschouwen wij twee grensgevallen.

Ten eerste het geval

$$z = \frac{2\,t_{f\max}}{(R_f + R_s)\,C} \ll 1. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

De vorm tussen haken in verg. (3): $F = 1 - e^{-z}$, is in een reeks te ontwikkelen, nl. $F = z - \frac{1}{2}z^2 + \ldots$. Voor een kleine waarde van z kan men volstaan met de eerste term, waardoor verg. (3) overgaat in:

$$E_c^2 \geqq \left(1 + \frac{R_s}{R_f}\right)^2 \frac{R_f Q_f}{t_{f\max}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3a)$$

Deze formule heeft dezelfde gedaante als formule (2), met de bijzonderheid dat R_i ontbreekt. Hieruit volgt dat men een zeer grote condensator, waarvoor voorwaarde (4) zeker vervuld is, kan opvatten als een batterij zonder inwendige weerstand. De grenslijn voor $C = \infty$ in fig. 5 wordt door formule (3a) gegeven en is dus tevens de lijn voor batterijontsteking met $R_i = 0$.

Het tweede grensgeval ontstaat indien e^{-z} zeer klein wordt (dwz. de condensator wordt vrijwel geheel ontladen). Bijv. voor

$$z = \frac{2\,t_{f\max}}{(R_f + R_s)\,C} > 5 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

is e^{-z} al $<0{,}01$. Formule (3) gaat dan over in

$$E_c^2 \geqq \frac{2Q_f}{C}\left(1 + \frac{R_s}{R_f}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3b)$$

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!

www.freeservicemanuals.info 11/14/2023

In het gebied van de grafiek waar (5) geldt, zijn de krommen dus parabolen, waarin C als parameter optreedt. De helling wordt bij afnemende C steeds groter.

Practische resultaten

In *fig. 6* is het resultaat van een aantal metingen met batterijontsteking (op een accubatterij, dus $R_i \approx 0$) en met condensatorontsteking weergegeven. Bij deze metingen werd telkens een bekende serieweerstand R_s in de keten aangebracht en de spanning bepaald die nodig was om in de tijd t_{fmax} het ontsteekdraadje op temperatuur te brengen.

Men ziet direct de kwalitatieve overeenstemming met fig. 4 en 5; zelfs kwantitatief blijkt de werkelijkheid door formule (2) en (3) goed benaderd te worden. De lijn voor batterijontsteking, met $R_i = 0$, is in fig. 6 aangeduid met $C = \infty$, daar immers dit grensgeval daarmee overeenkomt. Deze lijn vertoont vooral voor kleine R_s een afwijking ten opzichte van de berekende lijn voor $C = \infty$ (gestippeld). Dit is verklaarbaar, daar de invloed van de variatie van R_f ten gevolge van de temperatuurverhoging, voor kleine R_s relatief sterker wordt.

In de practijk zal men, wegens te verwachten spreidingen, de te gebruiken spanningen wat hoger opgeven dan uit de experimenten volgt. Bovendien kan men dan, daar de kromming van de lijnen in fig. 6 niet zeer groot is, het verband tussen E_c, R_s en C eenvoudig weergeven door rechte lijnen.

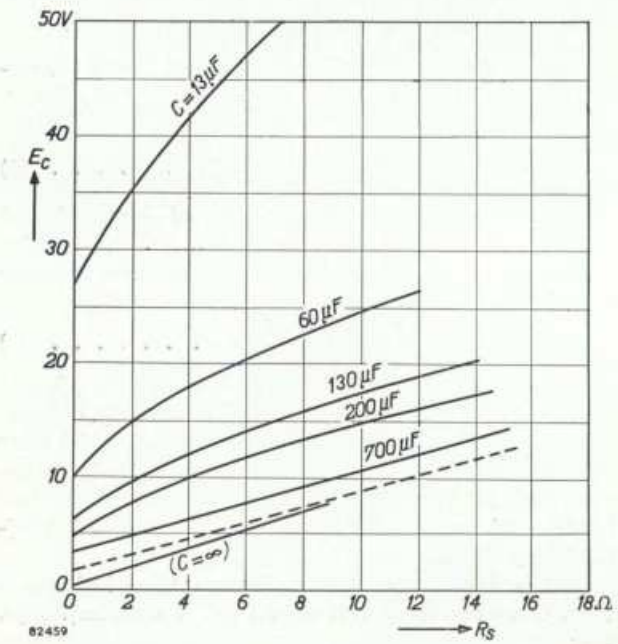


Fig. 6. Experimenteel gevonden waarden van de maximaal toelaatbare serieweerstand R_s als functie van de batterijspanning E_c en de condensatorcapaciteit C, bij condensatorontsteking. De met $C = \infty$ aangeduide lijn geeft de metingen weer voor batterijontsteking met $R_i = 0$. De berekende lijn voor dit geval is gestippeld getekend.

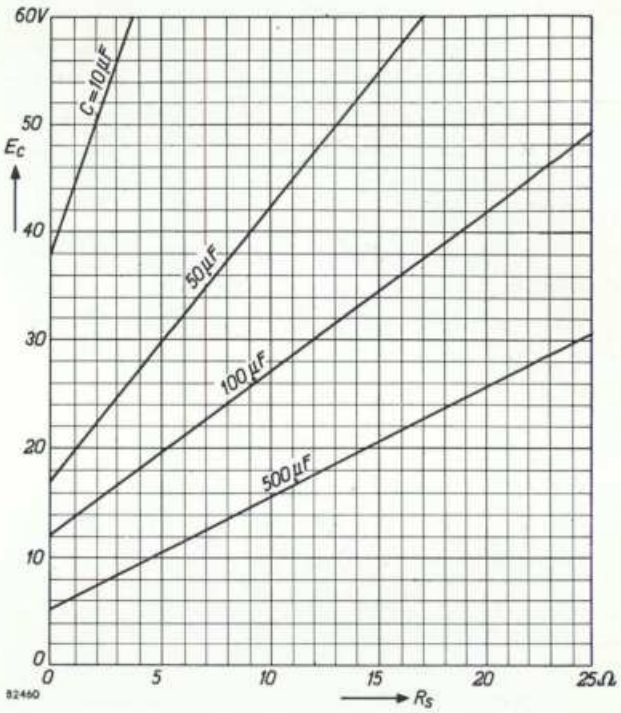


Fig. 7. In de practijk gebruikte grafiek voor de condensatorontsteking (maximale opwarmtijd 3,5 milliseconden).

Zo is ten slotte *fig. 7* ontstaan, waarin men dus, bij gegeven waarden van E_c en C, de weerstand R_s vindt die bij de voorgeschreven opwarmtijd van 3,5 milliseconden toelaatbaar is.

Voor het in de practijk belangrijke geval dat men bij een opname twee flitslampen tegelijk wil ontsteken, kunnen soortgelijke berekeningen als hierboven worden gemaakt. De condensatorontsteking is ook voor dit geval goed bruikbaar, mits men de capaciteit voldoende groot kiest. Immers, de condensatorenergie verdeelt zich nu over twee parallel geschakelde kringen (serieschakeling der lampen is niet aan te bevelen). Men ziet dat hier aan de serieweerstand in elke kring, behalve een bovenste grens, evtl. ook een onderste grens zal moeten worden gesteld, om een voldoend gelijkmatige verdeling der energie te waarborgen. Het zou ons echter te ver voeren hierop nader in te gaan.

Samenvatting. Bij de eenvoudigste manier om een „Photoflux" lamp te ontsteken, nl. rechtstreeks vanuit een batterij, kan slechts een kleine extra weerstand in de keten worden toegelaten, wil men de „maximumtijd" van de lichtuitzending voldoende constant houden. Bij een hogere batterijspanning dan de gebruikelijke van ca. 4,5 V wordt de situatie gunstiger, maar aangezien — wederom met het oog op een constante maximumtijd — de inwendige weerstand van de batterij laag moet zijn, wordt dan het volume te groot. De bekende ontsteekmethode met een condensator vermijdt deze moeilijkheid: de batterijspanning kan hier bijv. 22,5 V bedragen en men kan derhalve een vrij grote serieweerstand in de ontsteekketen toelaten. Dit wordt hier kwantitatief nagegaan en er wordt een grafiek gegeven waaruit bij gegeven batterijspanning en capaciteit van de condensator de maximaal toelaatbare serieweerstand is af te lezen.

Digitized in Heiloo the Netherlands Not for sale!